

Richard Jeffrey

DEPOIS DO EMPIRISMO LÓGICO AFTER LOGICAL EMPIRICISM

Edição, tradução e introdução de António Zilhão



Edições Colibri

Sociedade Portuguesa de Filosofia



Sociedade
Portuguesa
de Filosofia

DEPOIS DO EMPIRISMO LÓGICO
AFTER LOGICAL EMPIRICISM

DEPOIS DO EMPIRISMO LÓGICO
AFTER LOGICAL EMPIRICISM

PETRUS HISPANUS LECTURES 2000

Richard Jeffrey

Edição, tradução e introdução
António Zilhão

Edições Colibri

Sociedade Portuguesa de Filosofia

Título: *Depois do Empirismo Lógico*
Título original: *After Logical Empiricism*

Autor: Richard Jeffrey

Edição, tradução e introdução: António Zilhão

Capa: Ricardo Moita, com arranjo gráfico sobre
os jogadores de cartas de Cézanne

ISBN 972-772-317-9

Depósito legal n.º 178 331/02

Tiragem: 750 exemplares

Com o apoio da
Fundação para a Ciência e a Tecnologia

Edições Colibri, Lisboa, Maio de 2002

INDEX

ÍNDICE

Introdução	i
I – After Logical Empiricism	2
I – Depois do Empirismo Lógico	3
1.1 Logicism Lite	4
1.1 Logicismo Leve	5
1.2 Thespian Fictionalism	8
1.2 Ficcionalismo Cénico	9
1.3 Empiricism Lite?	16
1.3 Empirismo Leve?	17
1.4 Appendix: Notes on Heavy Empiricism	24
1.4.1 Mach’s Moustache.....	24
1.4 Apêndice: Notas acerca do Empirismo Pesado.....	25
1.4.1 O Bigode de Mach	25
1.4.2 Quine’s Irritations of our Sensory Surfaces.....	26
1.4.2 As Irritações das nossas Superfícies Sensoriais, de Quine	27
1.4.3 Inner-outer hocus-pocus.....	28
1.4.4 Conscious experience is too slender a base	28
1.4.3 Abracadabra interno-externo	29
1.4.4 A Experiência Consciente é uma base demasiado reduzida.....	29
1.4.5 Neurath’s Protocol-Processor.....	30
1.4.6 Probabilistic Enhancement of Dogmatic Protocols.....	30
1.4.5 O Processador de Protocolos de Neurath.....	31
1.4.6 Melhoramento Probabilístico de Protocolos Dogmáticos.....	31

II – Radical Probabilism	34
II – Probabilismo Radical.....	35
2.1 Four Fallacies.....	36
2.1.1. “All probabilities are conditional.”	36
2.1 Quatro Falácias.....	37
2.1.1 “Todas as probabilidades são condicionais.”	37
2.1.2 “Probabilism eliminates suspense of judgment.”	38
2.1.2 “O Probabilismo elimina a suspensão do juízo.”	39
2.1.3 “Subjective = gratuitous, data-free”	40
2.1.3 “Subjectivo = gratuito, independente do que é dado”	41
2.1.4 “The result of two updates is independent of order.”	44
2.2. When is Conditioning the Way to Go?	44
2.1.4 “O resultado de duas actualizações é independente da ordem.”	45
2.2 Quando é que a Condicionização é o Caminho a Seguir?	45
2.3 Generalized Conditioning.....	48
2.3 Condicionização Generalizada.....	49
2.4 Collaborative Cognition.....	52
2.4.1 Exogenous Factor Protocols.....	52
2.4. Cognição Colaborativa	53
2.4.1. Protocolos-Factor Exógenos.....	53
2.4.2 Factor updating twice on a single partition is always commutative.....	54
2.4.2 Actualizar factores duas vezes dada uma partição simples é sempre uma operação comutativa	55
2.4.3 Factor updating on different partitions is always commutative	58
2.4.4 Skepticism	58
2.4.3 Actualizar factores dadas partições diferentes é uma operação que é sempre comutativa	59
2.4.4 Cepticismo	59
2.4.5 Factor updating on independent partitions	62
2.4.5 Actualização de factores dadas partições independentes	63
2.5. Appendix: Notes on Heavy Radical Probabilism	66
2.5.1 Beyond Generalized Conditioning.....	66
2.5. Apêndice: Notas acerca do Probabilismo Radical Pesado.....	67
2.5.1 Para além da Condicionização Generalizada.....	67
2.5.2. Gappy Probabilities; Fine Points for Mavens.....	68
2.5.2 Probabilidades com Hiatos; Boas Questões para Especialistas.....	69
2.5.3 Mad-Dog Subjectivism	70
2.5.3 Subjectivismo Raivoso.....	71
Publicações filosóficas.....	73

INTRODUÇÃO

Neste pequeno volume, o leitor encontrará o texto das **Petrus Hispanus Lectures 2000**, um conjunto de duas conferências proferidas em Lisboa, nos dias 5 e 7 de Dezembro de 2000, pelo Prof. **Richard Jeffrey**, da Universidade de **Princeton**, nos EUA. Estas conferências foram organizadas pela **Sociedade Portuguesa de Filosofia (S.P.F.)**. As Petrus Hispanus Lectures são, desde 1998, proferidas bianualmente em Lisboa por um filósofo de renome mundial, que se tenha destacado na investigação de questões ligadas à teoria do raciocínio, à natureza da linguagem e à análise da mente e do conhecimento humanos. O conferencista que inaugurou a série das Petrus Hispanus Lectures foi Hilary Putnam, da Universidade de Harvard, também nos EUA, em Março de 1998. A versão portuguesa do texto das conferências de Putnam foi publicada no nº 5 (Novembro de 1998) da revista *Disputatio*.

Quatro instituições participaram no lançamento das PHL 1998: o Programa de Pós-Graduação em Filosofia da Linguagem e da Consciência da Faculdade de Letras de Lisboa, a revista *Disputatio*, o Instituto de Filosofia da Linguagem da Faculdade de Ciências Sociais e Humanas da Universidade Nova de Lisboa e a Sociedade Portuguesa de Filosofia. Por uma razão ou por outra, as três primeiras destas quatro instituições desinteressaram-se da organização das PHL 2000, tendo, por isso, deixado cair o projecto inicial de manter as PHL como uma presença institucional bianual capaz de preencher um lugar de relevo no panorama filosófico português. Assim, coube à Sociedade Portuguesa de Filosofia a tarefa de manter sozinha o projecto inicial e organizar por sua própria conta as **Petrus Hispanus Lectures 2000**. Em boa hora o fez. As conferências do Prof. Richard Jeffrey, cujo texto bilingue agora se apresenta ao público leitor, constituíram um acontecimento de primeira importância no panorama filosófico português. E isto por duas ordens de razões.

Em primeiro lugar, porque o trabalho de Richard Jeffrey constitui um marco incontornável em diferentes áreas nucleares do pensamento filosófico contemporâneo: nomeadamente, na Teoria da Decisão, na Filosofia do Conhecimento e na Filosofia da Ciência; ora, não é habitual que autores desta dimensão publiquem ou autorizem a publicação de originais seus em português. Em segundo lugar, porque Richard Jeffrey é um daqueles vultos da filosofia norte-americana contemporânea que pode, com bastante mais legitimidade que a maioria dos filósofos europeus, apresentar-se como herdeiro do trabalho filosófico de alguns dos grandes nomes da Filosofia europeia da primeira metade do Séc. XX. A publicação destas conferências com o título que ostentam constitui um modo de reatar essa ligação e é um enorme privilégio para nós que ela tenha ocorrido em 1.^a mão em Portugal.



De acordo com as próprias palavras de Richard Jeffrey, o seu interesse inicial pela teoria do raciocínio indutivo levou-o a ficar “fascinado” pelos trabalhos sobre a filosofia da probabilidade publicados por Carnap e Reichenbach nos anos 30. Esse fascínio veio a ter uma tradução no percurso académico de Jeffrey: ele adquiriu o seu grau de Mestre em Chicago no início dos anos 50, trabalhando sob a orientação de Rudolf Carnap, adquiriu o seu grau de Doutor em Princeton, no final dos anos 50, trabalhando sob a orientação de Carl Gustav Hempel e, já nos anos 60, trabalhou com Kurt Gödel, o grande génio da Lógica matemática do séc. XX, no célebre Institute for Advanced Study, ainda em Princeton. Como é sabido, qualquer um destes grandes pensadores europeus viu-se obrigado a emigrar para os EUA nos anos 30 por força das perseguições políticas e raciais que então dominavam a Europa.

Note-se, porém, que o fascínio de Jeffrey pelo trabalho dos filósofos acima referidos não o impediu de, uma vez atingida a maturidade, ter formulado uma doutrina própria neste campo – o **Probabilismo Radical** – a qual se afasta em inúmeros aspectos essenciais das ideias dos seus mestres centro-europeus. Esta doutrina é, precisamente, apresentada ao público português no texto das conferências proferidas em Lisboa. Não obstante o afastamento do probabilismo radical em relação à filosofia da

probabilidade de Carnap ou Reichenbach, é o próprio Jeffrey quem afirma que a sua doutrina deve ser encarada não como uma rejeição, mas antes como uma continuação, no sentido de aprofundamento crítico, das ideias-chave do movimento a que se convencionou chamar “empirismo lógico”. A convicção do próprio Jeffrey a este respeito é a de que este movimento deve ser tomado sobretudo como uma corrente intelectual, que teve, enquanto tal, uma vida própria independente das teses particulares apresentadas em momentos particulares da sua história por alguns dos seus mais destacados representantes (como foi o caso do célebre “princípio da verificação”, defendido por Carnap no final dos anos 20). Não parece, por isso, desadequado afirmar que esta corrente intelectual se mantém ainda viva nos escritos de Jeffrey, apesar de este criticar neles tanto o empirismo como o “logicismo pesado” (ao qual opõe o “logicismo leve”, apresentado na primeira das conferências proferidas em Lisboa) que caracterizaram o movimento, tanto no período da sua afirmação na Europa, como no da sua instalação nos EUA. É por isso que ler Richard Jeffrey é, de algum modo, regressar a uma tradição filosófica originalmente europeia, do contacto com a qual, porém, os europeus do centro e do sul se viram privados durante uma boa parte do século recém-findo.



Uma das características mais salientes do trabalho filosófico de Jeffrey é, sem dúvida, a sua ambição de superar o empirismo, por referência ao qual o movimento do “empirismo lógico” foi baptizado. De facto, se confrontarmos o probabilismo radical de Jeffrey com o probabilismo tradicional de Carnap, um dos aspectos cruciais por meio dos quais o primeiro se distingue do segundo é pela sua preocupação em se afastar do dualismo que caracteriza este último. Ora, o dualismo que se encontra no probabilismo de Carnap é da mesma espécie que aquele dualismo que foi identificado por Davidson, outro dos mais brilhantes herdeiros norte-americanos do movimento do empirismo lógico, como o ‘terceiro dogma do empirismo’.

Este dualismo pode ser referido de inúmeras maneiras. Porém, todas elas são, no fundo, apenas formulações diferentes para uma mesma

forma de compreender a nossa inserção cognitiva no mundo: aquela que a concebe como cristalizando-se numa relação dicotômica que obtém entre duas entidades representadas como isoladas uma da outra. Estas entidades seriam, de um lado, ou a estrutura conceptual, ou a linguagem, ou a teoria (dependendo das versões), as quais ou organizariam, ou sistematizariam ou se adequariam a (dependendo das versões) a outra entidade que seria a nossa experiência da realidade (entendida, por uns, como o fluxo interno dos dados dos sentidos, e, por outros, como seqüências de estimulações físicas das nossas extremidades sensoriais). Segundo Davidson, abandonar o ‘terceiro dogma do empirismo’ (juntamente com o primeiro e o segundo, criticados já por Quine), equivaleria a abandonar o empirismo.

A expressão ‘o terceiro dogma do empirismo’ foi cunhada por Davidson por referência ao célebre ensaio de Quine “*Two Dogmas of Empiricism*”. Neste ensaio, Quine propõe-se renovar o empirismo que herdou de Carnap expurgando-o de dois “dogmas” que o condicionariam de forma negativa. O primeiro destes “dogmas” consistia na crença de que a distinção entre verdades analíticas e verdades sintéticas seria uma distinção semântica e epistemológica fundamental; o segundo consistia na crença reducionista de que as frases de uma teoria poderiam ser individualmente verificadas ou infirmadas pela experiência. De acordo com Quine, estes “dogmas” teriam um estatuto diferente. O primeiro constituiria uma herança acriticamente recebida da filosofia tradicional; o segundo constituiria um modo genuíno de tentar explicitar a perspectiva empirista. Curiosamente, porém, o primeiro teria encontrado, no seio do empirismo da primeira metade do século XX, uma nova fundamentação no segundo. De facto, dada a expectativa de que as frases de uma teoria (linguagem, etc.) deveriam ser confrontáveis uma por uma com a experiência, seria de esperar que, desta operação de confrontação, se obtivessem frases que seriam confirmadas por umas experiências e infirmadas por outras (as frases sintéticas), frases que seriam confirmadas por quaisquer experiências (as frases analíticas, cuja verdade dependeria apenas do seu sentido) e frases que seriam infirmadas por quaisquer experiências (as frases contraditórias). A inovação introduzida por Quine em “*Two Dogmas of Empiricism*” consiste então no abandono deste segundo “dogma”, i.e., no abandono da crença

de que as frases de uma teoria poderiam ser verificadas uma por uma. Em sua substituição, Quine propõe a adoção do ponto de vista holista, já antes dele expresso por Duhem, de acordo com o qual uma teoria (linguagem, etc.) obtém o seu conteúdo empírico como um todo e não frase a frase. Este ponto de vista encontra-se lapidarmente expresso na seguinte frase do próprio Quine: “as nossas frases acerca do mundo externo enfrentam o tribunal da experiência sensível não individualmente mas como uma corporação”.

Esta inovação de Quine surge, de acordo com as suas próprias palavras, como a conclusão de uma evolução interior à tradição empirista: a uma concepção primitiva que tentava radicar a unidade de significado cognitivo na palavra (ideia, conceito), ter-se-ia seguido uma concepção mais elaborada que a radicava na frase; finalmente, o próprio Quine sugere a substituição desta segunda concepção por uma concepção que radica a unidade de sentido cognitivo na teoria (linguagem, etc.), entendida como um todo. Desta última concepção seguir-se-ia, por sua vez, a consequência de que não seria mais possível tentar separar no seio de uma teoria aquelas frases que seriam uma pura manifestação da estrutura do esquema conceptual (as frases analíticas) daquelas frases que conteriam informação claramente empírica (as frases sintéticas). Todas as frases de uma teoria teriam agora conteúdo empírico. Este, que estaria distribuído por toda a teoria, seria, por sua vez, obtido não a partir de o que quer que pudesse ser dado à consciência, mas antes a partir das estimulações físicas das nossas extremidades sensoriais (o chamado “estímulo proximal”). O título do último livro que Quine publicou em vida, **From Stimulus to Science**, é elucidativo a este respeito. Deste modo, o primeiro “dogma” entraria agora em colisão com o novo modo de encarar a perspectiva empirista, o que deveria permitir que ele passasse a ser reconhecido como aquilo que sempre teria sido: uma herança da metafísica tradicional.

As críticas de Quine ao empirismo de Carnap são, portanto, críticas acerca do modo adequado como deve ser entendida a relação que obteria entre o nosso esquema conceptual e o conteúdo empírico que o preencheria e não críticas à pertinência da própria distinção esquema con-

ceptual/conteúdo empírico. De facto, a posição de Quine, a despeito do holismo que a caracteriza, continua a manter-se fiel à imagem de um sistema organizador (a corporação das frases) e de algo externo que necessita de ser organizado (a experiência sensível). Apesar das críticas a Carnap, Quine nunca deixou de se reivindicar do empirismo. Ora, se é verdade que, como afirma Davidson, o abandono do terceiro dogma do empirismo equivale igualmente ao abandono puro e simples do empirismo, então não admira que Quine nunca tenha dado o passo suplementar de abandonar o ponto de vista dicotómico que é essencial na definição da identidade desta perspectiva filosófica.

Uma das consequências mais desagradáveis do ‘terceiro dogma do empirismo’ é a de que ele conduz inapelavelmente ao relativismo conceptual. O raciocínio que conduz de um a outro é basicamente o seguinte. Se a ideia de esquema conceptual é concebida como sendo independente da ideia de conteúdo empírico, então, presumivelmente, muitos esquemas conceptuais diferentes podem organizar (sistematizar, arrumar, adequar-se a, etc.) de diferentes modos o conteúdo empírico disponível (a realidade ou a nossa experiência da mesma). Nessas circunstâncias, é não só concebível como provável que, em casos extremos, esquemas conceptuais sem parentescos óbvios possam ser, para usar a expressão de Kuhn, “incomensuráveis”, i.e., que o vocabulário e as frases das linguagens através das quais eles se exprimem possam não ser intertradutíveis. Ora, não existindo qualquer meta-esquema conceptual a partir do qual os diferentes esquemas possam ser observados ‘de fora’, dois esquemas conceptuais incomensuráveis, i.e., não tradutíveis um no outro, não podem ser contrastados um com o outro. Logo, nenhuma avaliação comparativa destes esquemas é possível. Daqui segue-se que só o relativismo conceptual é aceitável. Deste modo, abandonar a dicotomia ‘esquema conceptual/conteúdo empírico’ é, simultaneamente, abandonar a premissa a partir da qual o relativismo conceptual é derivável. Só por si, a promessa de obtenção deste resultado já torna o esforço de Davidson e Jeffrey no sentido de ultrapassar o terceiro dogma do empirismo num esforço meritório.

A crítica de Davidson ao relativismo conceptual faz-se em torno da ideia de que não é possível encontrar um critério para atribuição de uso de uma linguagem (de um esquema conceptual por meio do uso da qual este seja expresso), que não se baseie na tradutibilidade na linguagem do observador do comportamento aparentemente linguístico objecto de observação. Se Davidson tem razão, então a ideia de que poderiam existir esquemas conceptuais incomensuráveis (i.e., linguagens não tradutíveis uma na outra) torna-se uma contradição nos termos. De facto, se ser uma linguagem é ser um comportamento comunicacional susceptível de ser traduzido na linguagem familiar do observador, então ser uma linguagem não tradutível na linguagem familiar do observador é ser uma linguagem que não é uma linguagem. O ponto crucial na avaliação do argumento de Davidson é, evidentemente, a discussão da correcção do seu critério para a atribuição de uso de linguagem a outrem. De onde vem este critério?

Na resposta dada por Davidson a esta pergunta está igualmente contido o essencial da sua crítica ao terceiro dogma do empirismo. Ela é a seguinte. Se, como diz Quine, a corporação das frases tem que enfrentar o tribunal da experiência sensível, então em que consiste o sucesso dessa confrontação? O que quer dizer que o primeiro dos termos da dicotomia esquema conceptual/conteúdo empírico (a linguagem, a teoria) “se adequa a” o segundo dos termos da dicotomia (a experiência, a realidade)? Segundo Davidson, qualquer uma das respostas habituais do empirismo a esta pergunta não é senão uma variação estilística da mesma ideia: a corporação das frases adequa-se à experiência se for sustentada pela totalidade da evidência disponível, i.e., se a maioria das frases da corporação for verdadeira. Ora, argumenta Davidson, Tarski mostrou que o melhor modo que temos de explicitar a noção de uma frase ser verdadeira é por meio do apelo à ideia da sua tradutibilidade numa linguagem previamente conhecida. Em particular, Tarski mostrou que uma teoria de verdade para uma linguagem L tem que satisfazer a seguinte condição: ela tem que implicar, para cada frase *f* de L, um teorema da forma ‘*f* é verdadeira se e somente se *p*’ no qual ‘*f*’ é substituída por uma qualquer descrição de *f* e ‘*p*’ é substituída ou por uma **tradução** de *f* na metalíngua (i.e., a linguagem do observador) ou por *f* ela própria no caso de

a linguagem-objecto e a metalinguagem coincidirem. Não sendo, só por si, suficiente, a satisfação desta condição, que é chamada pelo próprio Tarski de ‘condição de adequação material’, é, porém, necessária para que uma teoria de verdade para uma dada linguagem L possa ser considerada como satisfatória.

A referência de Davidson ao trabalho de Tarski pretende então mostrar que, na explicitação das condições de uso do conceito de uma frase ser verdadeira, nem se faz nem se pode fazer qualquer apelo a um passo epistemológico intermédio entre as nossas crenças e o mundo, o qual nos colocaria perante uma realidade neutral que estaria pacientemente à espera do nosso esquema conceptual para ser organizada. Ora, uma vez removida a ideia de confrontação com uma tal realidade, tanto o dualismo ‘esquema conceptual/conteúdo empírico’ como o relativismo conceptual que dele necessariamente se segue se tornam ininteligíveis. Podemos assim dizer que, de acordo com Davidson, classificar uma criatura como tendo ‘um determinado ‘esquema conceptual’ não é senão uma forma mais elaborada de a classificar como tendo ‘uma forma humana de organização mental’; e que a única forma possível de explicitar ‘ter uma forma humana de organização mental’ é em termos de ‘ser reconhecido pelos outros humanos como tendo uma forma de organização mental semelhante à deles’. Uma vez que este reconhecimento tenha tido lugar, não sobra qualquer espaço para a incomensurabilidade de esquemas conceptuais e para o relativismo conceptual dela decorrente; se o reconhecimento não tiver tido lugar, esse espaço tão-pouco existe. É sobre esta fundação simples que Davidson ergue o seu programa da Interpretação Radical.

No contexto da Teoria do Raciocínio Indutivo, o dualismo associado ao ‘terceiro dogma do empirismo’ pode ser detectado nas seguintes teses defendidas pelo probabilismo de Carnap. Por um lado, a tese de que deveria ser possível definir uma atribuição de probabilidades prévias, por meio da qual se caracterizaria, por assim dizer, o estado mental inicial de uma inteligência superior laplaceana, acabada de ser colocada perante o mundo. Por outro lado, a tese de que seria possível obter sequências de frases protocolares, i.e., frases de conteúdo puramente empírico, que

relatariam a experiência do sujeito tal como esta ocorreria, registando assim a informação externa sem quaisquer interferências. Estas frases protocolares seriam, por sua vez, reunidas numa conjunção K, a qual descreveria toda a experiência do sujeito até ao momento presente. Finalmente, e como corolário, a tese de que um qualquer sujeito racional, cuja base de dados sensoriais fosse exhaustivamente caracterizada por K, deveria formular a sua atribuição de probabilidade a uma dada hipótese H acerca do mundo externo por meio da condicionalização da sua probabilidade prévia pela conjunção de frases protocolares K. Deste modo, a atribuição de probabilidades prévias definiria o esquema conceptual pré-determinado (a Razão), a conjunção K de frases protocolares definiria o conteúdo empírico (a Experiência), e a condicionalização das probabilidades prévias pelas conjunções de frases protocolares representaria o modo como o agente ajustaria, solipsisticamente, o seu esquema conceptual (a Razão) ao conteúdo empírico (a Experiência) com o qual seria confrontado.

Em termos gerais, podemos dizer que o probabilismo radical, tal como se encontra descrito em detalhe nas conferências de Jeffrey, se afasta do dualismo empirista porque concebe os juízos probabilísticos como respostas **directas** do agente à sua experiência prática. O probabilismo radical prescinde, assim, tanto da ideia de que faria sentido determinar uma função de probabilidade representando o estado inicial de uma inteligência do tipo laplaceano (a Razão/Esquema Conceptual), como da ideia de que seria possível obterem-se frases protocolares que ou relatariam a experiência do sujeito tal e qual como esta decorreria no teatro da consciência ou responderiam causalmente à irritação das suas extremidades sensoriais (a Experiência/Conteúdo Empírico). Para Jeffrey, uma previsão probabilística como, por exemplo, uma previsão meteorológica de acordo com a qual a probabilidade de chuva para amanhã num certo lugar é de, *e.g.*, 75% não tem que ser fundada nem em frases supostamente dotadas de um grau de certeza inigualável por quaisquer outras por representarem o discernimento de características experienciais concebidas como susceptíveis de serem dadas directamente à consciência, nem em frases tidas como epistemologicamente prioritárias por representarem o modo como as nossas extremidades sensoriais

seriam activadas nas circunstâncias da sua elocução. A previsão em causa pode perfeitamente ser apenas um modo de alguém, treinado como um meteorologista e, enquanto tal, detentor de um conjunto de capacidades teóricas e práticas lentamente aprendidas ao longo da sua vida, responder a um conjunto de “estímulos distais” (para usar a expressão de Davidson), os quais são partilhados, intersubjectivamente, com os seus colegas. Estes “estímulos distais” não são outra coisa senão os fenómenos meteorológicos relevantes, tal como eles são habitualmente representados nos conceitos e frases em uso pela comunidade científica de que o meteorologista faz parte, e tal como estes conceitos e frases são habitual e naturalmente entendidos pelos membros dessa comunidade, i.e., por referência aos aspectos do mundo que são **comummente salientes** para todos eles.

Podemos assim concluir estabelecendo os seguintes dois paralelos entre as ideias-chave de Davidson e de Jeffrey. Em primeiro lugar, do mesmo modo que Davidson considera que o conceito de verdade deve ter prioridade sobre o conceito de evidência na formulação de uma teoria do sentido, também Jeffrey considera que o conceito de uma acção fundada sobre um juízo probabilístico deve ter prioridade sobre o apelo a uma qualquer fonte de evidência primária na formulação de uma teoria da cognição. Em segundo lugar, assim como, em Davidson, o papel do intérprete é essencial na determinação das condições de verdade “distais” das frases “observacionais” proferidas pelo falante, também em Jeffrey a cognição é, essencialmente, um empreendimento “colaborativo”, no qual os juízos probabilísticos de uns contribuem para a calibração dos juízos probabilísticos dos outros. Em ambos os casos, a ideia central do empirismo, de acordo com a qual se deveria conceder uma importância epistemológica primordial ao facto, por ninguém disputado, de que os nossos sentidos são causalmente determinantes para a nossa aquisição de conhecimento acerca do mundo, é não só abandonada como substituída por uma alternativa não empirista que não só não exerce qualquer violência sobre os resultados da Ciência, tal como os conhecemos, como parece ser coerente (segundo alguns críticos, ela seria, aliás, não apenas coerente, mas “coerentista”).



Por último, resta-me agradecer às diferentes entidades e pessoas sem cujo apoio e trabalho a realização das **Petrus Hispanus Lectures 2000** e a publicação deste volume não teria sido possível. Do lado das instituições, é o caso da **Fundação para a Ciência e a Tecnologia (FCT)**, da **Fundação Luso-Americana para o Desenvolvimento (FLAD)** e do **Centro de Matemática e Aplicações Fundamentais (CMAF)** da Universidade de Lisboa. Do lado das pessoas, é o caso do Dr. António Paulo Costa e do Prof. Fernando Ferreira. Ambos tiveram um papel insubstituível na organização, promoção e divulgação das conferências no final de 2000. O segundo participou igualmente na edição deste volume, nomeadamente, por meio da apresentação de alternativas de tradução em algumas passagens mais problemáticas e da solução de problemas de processamento de texto associados ao uso por Jeffrey de programas informáticos pouco divulgados em Portugal.

António Zilhão

(Director da S.P.F. organizador das PHL 2000)



Richard Jeffrey

Depois do Empirismo Lógico

Petrus Hispanus Lectures 2000

I

After Logical Empiricism
Depois do Empirismo Lógico

II

Radical Probabilism
Probabilismo Radical

Richard Jeffrey

Lisbon, 5 and 7 December, 2000
Lisboa, 5 e 7 de Dezembro de 2000

Final version, on Ramsey's 98th birthday
Versão final, no 98º aniversário de Ramsey

February 22, 2001
22 de Fevereiro de 2001

I

After Logical Empiricism

Call it what you will—and it was mainly its enemies who called it ‘logical positivism’—logical empiricism was less a position than a movement, a loose confederation of activists in Vienna, Berlin, Prague, Warsaw, Uppsala, London, . . . , and even Cambridge (Massachusetts). The shape of the movement was significantly influenced by historical contingencies like the execution of Janina Hosiasson-Lindenbaum (1899-1942) by the Gestapo in Vilna, silencing one of probabilism’s clearest early voices.¹

Still, the movement did originate with certain salient features, persistent and position-like, but fluid. Notable among these was the LOGICISM that promised to make sense of the non-empirical character of mathematics by rooting it in logic. Another was the EMPIRICISM that defined the remainder of the realm of the meaningful. But both of these went through serious changes of shape and fortune in response to hard-core metamathematical developments (notably, the limitative theorems of Gödel and Tarski, Turing and Church) or in response to other, no less effective, dialectical moves—especially, Carnap’s, in tandem with Neurath, from the phenomenalism of *Der logische Aufbau der Welt* (1928) to the physicalism of *Der logische Syntax der Sprache* (1933).

¹Some of her writings: ‘Why do we prefer probabilities relative to many data?’, *Mind* 40 (1931) 23-36. ‘On confirmation’, *Journal of Symbolic Logic* (1940) 133-148. ‘Induction et analogie: comparaison de leur fondement’, *Mind* (1941) 351-365.

I

Depois do Empirismo Lógico

Chamem-lhe o que quiserem – e foram principalmente os seus inimigos que lhe chamaram ‘positivismo lógico’ – o empirismo lógico foi menos uma posição do que um movimento, uma confederação solta de activistas em Viena, Berlim, Praga, Varsóvia, Uppsala, Londres, ..., e até mesmo Cambridge (Massachussets). A forma do movimento foi significativamente influenciada por contingências históricas como a execução de Janina Hosiasson-Lindenbaum (1899-1942) pela Gestapo em Vilna, silenciando uma das mais claras das primeiras vozes do probabilismo.¹

Seja como for, o movimento teve, de facto, na sua origem certas características salientes, persistentes e com o aspecto de posições, embora fluidas. Digna de nota entre estas foi o LOGICISMO, o qual prometia tornar compreensível o carácter não-empírico da Matemática radicando-a na Lógica. Outra foi o EMPIRISMO, o qual definia o remanescente do reino do que faz sentido. Mas tanto um como o outro passaram por profundas mudanças de forma e fortuna para conseguirem responder ou a desenvolvimentos metamatemáticos nucleares (salientem-se, entre estes, os teoremas limitativos de Gödel e Tarski, Turing e Church) ou a outros, não menos efectivos, movimentos dialécticos – especialmente, os

¹ Alguns dos seus escritos: ‘Why do we prefer probabilities relative to many data?’, *Mind* 40 (1931) 23-36. ‘On confirmation’, *Journal of Symbolic Logic* (1940) 133-148. ‘Induction et analogie: comparaison de leur fondement’, *Mind* (1941) 351-365.

What happened to logical empiricism?

I think that both its logicism and its empiricism ran their course, but were far from vanishing without a trace. On the contrary, I think they can be seen to have been transformed, within the movement, into what are now well-established successor disciplines. It is the empiricism that mainly interests me here, but let us begin with a look at an unestablished successor to the logicism that intrigues me.

1.1 Logicism Lite²

Here is the core of logicism as I see it, presented as a metaphysical question and its dissolution.

Q: How do the natural numbers latch onto the world?

A: They don't—e.g., when we explicate 'There are exactly 3 dodos' we speak of dodos, but not of numbers:

There exist distinct dodos, x, y, z , and no others,

or, in logical notation,

$$\begin{aligned} &\exists x \exists y \exists z [Dx \wedge Dy \wedge Dz \wedge x \neq y \wedge x \neq z \wedge y \neq z \\ &\wedge \neg \exists w (Dw \wedge w \neq x \wedge w \neq y \wedge w \neq z)]. \end{aligned}$$

For short:

²The ideas in this section were floated in 'Logicism 2000: A Mini-Manifesto' in *Benacerraf and his Critics*, Adam Morton and Stephen P. Stich, eds.: Blackwell, Oxford, 1996, pp. 160-164. For a more serious, independent development of such ideas, see Fernando Ferreira, 'A Substitutional Framework for Arithmetical Validity', *Grazer Philosophische Studien* 56 (1998-9) 133-149.

de Carnap, em tandem com Neurath, do fenomenalismo de *Der logische Aufbau der Welt* (1928) para o fisicalismo de *Der logische Syntax der Sprache* (1933).

Que aconteceu ao empirismo lógico?

Penso que tanto o seu logicismo como o seu empirismo seguiram naturalmente o seu caminho e naturalmente acabaram; mas ficaram longe de desaparecer sem deixar rasto. Pelo contrário, penso que os podemos observar como tendo sido transformados, dentro do movimento, no que são hoje disciplinas sucessoras perfeitamente estabelecidas. O que principalmente me interessa aqui é o empirismo, mas vamos começar por dar uma olhadela a um sucessor não estabelecido do logicismo que me intriga.

1.1 Logicismo Leve²

Eis o núcleo do logicismo tal como eu o vejo, apresentado, simultaneamente, como uma questão metafísica e a sua dissolução.

P: Como é que os números naturais se agarram ao mundo?

R: Não se agarram – e.g., quando analisamos ‘Há exactamente 3 dodos’ falamos de dodos, mas não de números:

Existem dodos distintos, x , y , z , e nenhuns outros,

ou, em notação lógica,

$$\begin{aligned} &\exists x \exists y \exists z [Dx \wedge Dy \wedge Dz \wedge x \neq y \wedge x \neq z \wedge y \neq z \\ &\wedge \neg \exists w (Dw \wedge w \neq x \wedge w \neq y \wedge w \neq z)]. \end{aligned}$$

Abreviadamente:

²As ideias presentes nesta secção foram afloradas em ‘Logicism 2000: A Mini-Manifesto’ in Benacerraf and his Critics, Adam Morton and Stephen P. Stich, eds.: Blackwell, Oxford, 1996, pp. 160-164. Para aceder a um desenvolvimento independente e mais sério de tais ideias, veja Fernando Ferreira, ‘A Substitutional Framework for Arithmetical Validity’, Grazer Philosophische Studien 56 (1998-9) 133-149.

$$\exists_{\bar{3}}x Dx,$$

where ‘ $\bar{3}$ ’ is to be replaced by the numeral for 3 in your favorite notation—e.g., perhaps, $\bar{3}$ = the successor of the successor of the successor of 0,

$$\exists_{0'''}x Dx.$$

Aside from the biological term ‘ D ’, only logical terms appear here.

Logicism Lite says: IT’S THE DATA THAT ARE LOGICAL.

Carnap’s full-blown (1931) logicist thesis about what he called simply ‘mathematics’ was a heavy logicism, according to which

- mathematical concepts are explicitly definable in logical terms, and
- mathematical theorems are then seen to be logical truths.

Our lighter logicism counts number-theoretical laws as logical for the same reason that physical laws were once counted as empirical: BECAUSE OF THE CHARACTER OF THEIR INSTANCES.³

Example. Logicism lite does not count Fermat’s Last Theorem as shorthand for a logically valid formula, but as a generalization that derives its status as logical from the particular data it is responsible to—data like

$$3^3 + 4^3 \neq 5^3,$$

which are established by invalidity of schemas like

$$\exists_{\bar{3}\bar{3}+\bar{4}\bar{3}}xA(x) \leftrightarrow \exists_{\bar{5}\bar{3}}xA(x)$$

³It is no longer respectable (and rightly so!) to think that Newton’s inverse square law of gravitation is logically equivalent to the set of its observational consequences. But Fermat’s last theorem is logically equivalent to the set of its variable-free consequences.

$$\exists_{\bar{3}}x Dx,$$

na qual ‘ $\bar{3}$ ’ é para ser substituído pelo numeral para 3 na notação favorita do leitor – e.g., talvez, $\bar{3}$ = o sucessor do sucessor do sucessor de 0,

$$\exists_{0'''}x Dx.$$

Com excepção do termo biológico ‘D’, só aparecem aqui termos lógicos.

O Logicismo Leve diz: SÃO OS DADOS QUE SÃO LÓGICOS.

A tese logicista em grande escala de Carnap (1931) acerca daquilo a que ele chamava simplesmente ‘matemática’ era um Logicismo pesado, de acordo com o qual

- os conceitos matemáticos são explicitamente definíveis em termos lógicos, e
- os teoremas matemáticos são então vistos como verdades lógicas.

O nosso logicismo mais leve contabiliza as leis da teoria dos números como lógicas pela mesma razão que as leis físicas já foram contabilizadas como empíricas: POR CAUSA DO CARÁCTER DAS SUAS INSTÂNCIAS.³

Exemplo. O Logicismo leve não contabiliza o Último Teorema de Fermat como uma abreviatura para uma fórmula logicamente válida, mas antes como uma generalização que deriva o seu estatuto de lógica dos dados particulares perante os quais tem que responder – dados como

$$3^3 + 4^3 \neq 5^3 ,$$

os quais são estabelecidos pela invalidade de esquemas como

$$\exists_{\bar{3}\bar{4}\bar{5}}x A(x) \leftrightarrow \exists_{\bar{5}\bar{3}}x A(x)$$

³Deixou de ser respeitável (e correctamente!) pensar que a lei da gravitação do quadrado inverso de Newton é logicamente equivalente ao conjunto das suas consequências observacionais. Mas o último teorema de Fermat É logicamente equivalente ao conjunto das suas consequências livres de variáveis.

via recursive contextual definitions of $+$, $\times$, etc. in the subscripts of numerically definite quantifiers. Now any decision procedure for monadic 1st-order logic with ' $=$ ' delivers the data about particular sums, products, and powers to which Fermat's last theorem is answerable.⁴

1.2 Thespian Fictionalism

As to the other salient metaphysical question about number theory, 'What *are* the natural numbers?', the answer is: ANY ω -SEQUENCE WILL DO. The simplest choice is the sequence of numerals that you use, whether that is '0', '0'', '0"', ... or '0', '1', '2', ..., or whatever. Your numerals are an ontological freebie: they are there anyway, in the syntax of your number theory. For natural number theory itself, as for the theory of real numbers, there is no "correct" domain for its variables.

What I am suggesting is not particularly that number theory is a fiction, but that it is a play, which can be performed with different casts. It's still "Henry the Fifth," whether it's the Laurence Olivier or the Kenneth Branagh production. And it's still "Number Theory," whether the rôles of 0, 1, 2 ... are played by '0', '1', '2', ... or by '0', '0'', '0"', ... or by $\emptyset$, $\{\emptyset\}$, $\{\{\emptyset\}\}$, ...

⁴Fernando Ferreira's (op. cit.) light logicism has no need of these recursive definitions. His concern is with the language L_a of first-order arithmetic without function symbols, with ' $=$ ' and ' $\neq$ ', and with the six further predicate symbols *Suc*, *Add*, *Mul*, *Suc*, *Add*, *Mul* under the interpretations *Suc*(x, y) iff $x' = y$, *Add*(x, y, z) iff $x + y = z$, ..., *Mul*(x, y, z) iff $x \times y = z$. Where I reduce truth of ' $7 + 5 = 12$ ' to validity of ' $\exists_{7+5}x A(x) \leftrightarrow \exists_{12}x A(x)$ ', which is then reduced, in stages, to validity of ' $\exists_{12}x A(x) \leftrightarrow \exists_{12}x A(x)$ ', he reduces truth of '*Add*(7, 5, 12)' or of ' $\neg$ *Add*(7, 5, 12)' to validity of ' $\exists_7x A(x) \wedge \exists_5x B(x) \wedge \neg \exists x (A(x) \wedge B(x)) \rightarrow \pm \exists_{12}x (A(x) \vee B(x))$ ', where in the reduct of '*Add*(7, 5, 12)' the sign ' $\pm$ ' is dropped, and in the reduct of ' $\neg$ *Add*(7, 5, 12)' it is replaced by ' $\neg$ ', which is then eliminated step-by-step. (The negation, ' $\neg$ ', of a formula A is defined by interchanging $=$ and $\neq$, $\wedge$ and $\vee$, $\forall$ and $\exists$, *Suc* and *Suc*, *Add* and *Add*, and *Mul* and *Mul*. Then $\neg\neg A = A$.) Using Saul Kripke's treatment of substitutional quantification ('Is there a problem about substitutional quantification?', *Truth and Meaning*, G. Evans and J. McDowell, eds., Oxford, Clarendon Press, 1980, pp. 325-419), Ferreira defines, relative to any given first-order language L and any sentence S of L_a , a scheme S of substitutional sentence forms over L , and proves the following: (a) If S is a true sentence of L_a , then every member of S is true. (b) If S is a false sentence of L_a , then not every member of S is valid.

via definições contextuais recursivas de $+$, $\times$, etc. nos índices de quantificadores numericamente definidos. Assim, qualquer procedimento de decisão para a lógica de 1ª ordem monádica com '=' produz os dados acerca de somas, produtos e potências particulares perante os quais o último teorema de Fermat tem que responder.⁴

1.2 Ficcionalismo Cénico

Quanto à outra questão metafísica saliente acerca da teoria dos números, a questão 'O que *são* os números naturais?', a resposta é: QUALQUER SEQUÊNCIA- ω SERVE. A escolha mais simples é a sequência de numerais que o leitor usa, quer seja a sequência '0', '0'', '0'''', ... ou a sequência '0', '1', '2', ..., ou outra qualquer. Os numerais que o leitor usa são um brinde ontológico: eles estão lá, em quaisquer circunstâncias, na sintaxe da sua teoria dos números. Tanto para a própria teoria dos números naturais, como para a teoria dos números reais, não há um domínio que seja o "correcto" para as suas variáveis.

O que eu estou a sugerir não é, particularmente, que a teoria dos números seja uma ficção, mas sim que é uma peça, a qual pode ser

⁴O logicismo leve de Fernando Ferreira (op.cit.) não tem necessidade destas definições recursivas. A sua preocupação é com a linguagem L_a da aritmética de primeira ordem sem símbolos funcionais, com '=' e ' $\neq$ ', e com mais os seguintes seis símbolos predicativos *Suc*, *Add*, *Mul*, *Suc*, *Add*, *Mul* debaixo das interpretações *Suc*(x, y) sss $x' = y$, *Add*(x, y, z) sss $x + y = z$, ..., *Mult*(x, y, z) sss $x \times y = z$. Onde eu reduzo a verdade de ' $7 + 5 = 12$ ' à validade de ' $\exists_{7+5}x A(x) \leftrightarrow \exists_{12}x A(x)$ ', a qual é em seguida reduzida, em estádios, à validade de ' $\exists_{12}x A(x) \leftrightarrow \exists_{12}x A(x)$ ', ele reduz a verdade de '*Add*(7, 5, 12)' ou de ' $\neg \text{Add}(7, 5, 12)$ ' à validade de ' $\exists_7x A(x) \wedge \exists_5x B(x) \wedge \neg \exists x (A(x) \wedge B(x)) \rightarrow \pm \exists_{12}x (A(x) \vee B(x))$ ', na qual, no reducto de '*Add*(7, 5, 12)' se deixa cair o sinal ' $\pm$ ', e, no reducto de ' $\neg \text{Add}(7, 5, 12)$ ', este é substituído por ' $\neg$ ', o qual é, em seguida, eliminado passo a passo. (A negação, ' $\neg$ ', de uma fórmula A é definida pela troca entre = e $\neq$, $\wedge$ e $\vee$, $\forall$ e $\exists$, *Suc* e *Suc*, *Add* e *Add*, e *Mul* e *Mul*. Então $\neg \neg A = A$.) Usando o tratamento dado por Saul Kripke à quantificação substitucional ('Is there a problem about substitutional quantification?', *Truth and Meaning*, G. Evans and J. McDowell, eds., Oxford, Clarendon Press, 1980, pp. 325-419), Ferreira define, relativamente a uma qualquer linguagem de primeira ordem L dada e qualquer frase S de L_a , um esquema S de formas frásicas substitucionais sobre L , e demonstra o seguinte: (a) Se S é uma frase verdadeira de L_a , então todo o membro de S é verdadeiro. (b) Se S é uma frase falsa de L_a , então nem todo o membro de S é válido.

Now, what about the real numbers? Here I take logicism's successor discipline to be the theory of measurement, the topic treated in volume 3 of *Principia Mathematica* and developed (independently of that) into an applied mathematical discipline later in the 20th century.⁵

Volume 3 of *Principia* aimed to lay foundations for the conceptual apparatus of physics, in a theory of measurement (part VI, 'Quantity'). Like the natural numbers, the rationals were "defined away", as when $2/5$ was defined as a relation between relations.⁶ And physical magnitudes were analyzed as relations:

We consider each kind of quantity as what may be called a "vector-family," i.e., a class of one-one relations all having the same converse domain, and all having their domain contained in their converse domain. In such a case as spatial distances, the applicability of this view is obvious; in such a case as masses, the view becomes applicable by considering, e.g., one gramme as . . . the relation of a mass m to a mass m' when m exceeds m' by one gramme. What is commonly called simply one gramme will then be the mass which has the relation $+$ one gramme to the zero of mass.⁷

The basic move in measurement theory is to axiomatize the theory of the comparative versions of real magnitudes like mass (where the primitive term of the comparative version the relation *is at least as massive as*) so as to mirror the properties of the relation $\geq$ between reals. What I am suggesting is that different empirical magnitudes (mass, length, temperature, desirability, etc.) correspond to different productions of a play, "*Reals!*", for which the axiomatic script is the theory of complete ordered fields. The suggestion is that abstract productions—models within pure set theory—are at best first among equals.

⁵See *Foundations of Measurement*, David H. Krantz, R. Duncan Luce, Patrick Suppes and Amos Tversky (eds.): New York, Academic Press: volumes 1-3 (1971, 1989, 1990).

⁶Quine's example: the relation $2/5$ holds between the grandparent relation and the great-great-great grandparent relation. ('Whitehead and Modern Logic', *The Philosophy of Alfred North Whitehead*, P. A. Schilpp (ed.), Northwestern University Press, 1941, p. 161.)

⁷*Principia Mathematica*, vol. 3, p. 233.

levada à cena com diferentes elencos. “Henrique V” é sempre a mesma peça, quer seja na encenação de Laurence Olivier ou na de Kenneth Branagh. Do mesmo modo, o que temos é sempre “Teoria dos Números” quer os papéis de 0, 1, 2, ... sejam representados por ‘0’, ‘1’, ‘2’, ... ou por ‘0’, ‘0’’, ‘0’’’, ... ou por $\emptyset$, $\{\emptyset\}$, $\{\{\emptyset\}\}$, ...

E quanto aos números reais? Para este caso, eu considero que a disciplina sucessora do logicismo é a teoria da medida, o tópico tratado no volume 3 dos *Principia Mathematica* e desenvolvido (independentemente dele) e transformado numa disciplina matemática aplicada mais tarde no século XX.⁵

O volume 3 dos *Principia* ambicionava lançar fundações para o aparato conceptual da Física, por meio de uma teoria da medida (parte VI, ‘Quantidade’). Tal como os números naturais, os racionais foram aí “definidos eliminativamente”, como no caso em que $2/5$ foi definido como uma relação entre relações.⁶ E as magnitudes físicas foram analisadas como relações:

Consideramos cada tipo de quantidade como aquilo a que poderia chamar-se uma “família de vectores”, i.e., uma classe de relações um-um todas com o mesmo domínio converso e todas com o seu domínio contido no seu domínio converso. Num caso como o das distâncias espaciais, a aplicabilidade desta perspectiva é óbvia; num caso como o das massas, a perspectiva torna-se aplicável se se considerar, e.g., um grama como ... a relação de uma massa m com uma massa m' quando m exceder m' em um grama. Aquilo a que habitualmente se chama simplesmente um grama será então a massa que tem a relação + um grama com o zero de massa.⁷

A ideia básica na teoria da medida é a de axiomatizar a teoria das versões comparativas de magnitudes reais como a massa (na qual o termo

⁵Ver *Foundations of Measurement*, David H. Krantz, R. Duncan Luce, Patrick Suppes and Amos Tversky (eds.): nova York, Academic Press: volumes 1-3 (1971, 1989, 1990).

⁶O exemplo de Quine é o seguinte: a relação $2/5$ obtém entre a relação avó e a relação tetravó. (‘Whitehead and Modern Logic’, *The Philosophy of Alfred North Whitehead*, P. A. Schilpp (ed.), Northwestern University Press, 1941, p. 161.)

⁷*Principia Mathematica*, vol. 3, p. 233.

EXAMPLE: Bolker's Representation theorem for the relation $\succeq$ of weak preference between possible states of affairs (propositions).⁸ Here, A and B are any members of the field $\mathcal{F}$ of the relation $\succeq$, and ' $X \succeq Y \succeq Z$ ' means that $X \succeq Y$ and $Y \succeq Z$.

AXIOM 1. $\mathcal{F}$ ($= \mathcal{A} - \perp$) is a complete,⁹ atomless Boolean algebra $\mathcal{A}$ with the null element removed.

AXIOM 2. Weak preference is transitive and connected.

Definitions. Preference: $A \succ B$ iff $A \succeq B \not\asymp A$.

Indifference: $A \approx B$ iff $A \succeq B \succeq A$.

AXIOM 3, "Averaging." If A and B are incompatible,¹⁰ then
(a) $A \succ A \vee B \succ B$ if $A \succ B$, and (b) $A \approx A \vee B \approx B$ if $A \approx B$.

AXIOM 4, "IMPARTIALITY."¹¹ If (a) A, B, C are incompatible and
(b) $A \approx B \not\asymp C$ and (c) $A \vee C \approx B \vee C$, then
(d) $A \vee C' \approx B \vee C'$ whenever C' is incompatible with A and B .

AXIOM 5, "CONTINUITY." If the supremum, S (or infimum, I) of an implication chain¹² in $\mathcal{F}$ lies in a preference interval, then all members of the chain after (or before) some element C will lie in that interval.

⁸Ethan Bolker, 'A Simultaneous Axiomatization of Utility and Subjective Probability', *Philosophy of Science* **34** (1967) 333-340. Also, chapter 9 of *The Logic of Decision* (2nd ed., 1983).

⁹A Boolean algebra is *complete* iff every set of elements of the algebra has a supremum and an infimum in the algebra. The supremum of a set of propositions is implied by every element of the set (it is an upper bound) and implies every upper bound (it is the least upper bound). Similarly, the infimum is the greatest lower bound.

¹⁰I.e., if $A \wedge B = \perp$, where $\perp$ is the null element of $\mathcal{A}$.

¹¹When conditions (a) and (b) hold, C is a "test proposition" for equiprobability of A and B ; and the test is passed or failed depending on whether or not (c) holds. This axiom says that the test is impartial in the sense of not depending on which particular test proposition C is chosen.

¹²I.e., a set of propositions linearly ordered by the relation A IMPLIES B ($A = A \wedge B$).

primitivo da versão comparativa é a relação *é pelo menos tão massivo quanto*) por forma a reproduzir as propriedades da relação $\succeq$ entre reais. O que eu estou a sugerir é que diferentes magnitudes empíricas (massa, comprimento, temperatura, desiderabilidade, etc.) correspondem a diferentes encenações de uma peça, “*Reais!*”, para a qual o guião axiomático é a teoria dos corpos ordenados completos. A sugestão é que encenações abstractas – modelos na teoria pura dos conjuntos – são, na melhor das hipóteses, apenas primeiras entre iguais.

EXEMPLO: O Teorema da Representação de Bolker para a relação $\succeq$ de preferência fraca entre estados de coisas possíveis (proposições).⁸ Neste caso, A e B são quaisquer membros do corpo $\mathcal{F}$ da relação $\succeq$, e ‘ $X \succeq Y \succeq Z$ ’ quer dizer que $X \succeq Y$ e $Y \succeq Z$.

AXIOMA 1. $\mathcal{F}$ ($= \mathcal{A} - \perp$) é uma álgebra booleana $\mathcal{A}$ com o elemento nulo removido, completa⁹ e sem átomos.

AXIOMA 2. A preferência fraca é transitiva e conexa.

Definições. Preferência: $A \succ B$ sss $A \succeq B \not\succeq A$.

Indiferença: $A \approx B$ sss $A \succeq B \succeq A$.

AXIOMA 3, “axioma da Média.” Se A e B são incompatíveis,¹⁰ então (a) $A \succ A \vee B \succ B$ se $A \succ B$, e (b) $A \approx A \vee B \approx B$ se $A \approx B$.

AXIOMA 4, “IMPARCIALIDADE.”¹¹ Se (a) A, B, C são incompatíveis e (b) $A \approx B \not\approx C$ e (c) $A \vee C \approx B \vee C$, então (d) $A \vee C' \approx B \vee C'$ sempre que C' for incompatível com A e B .

AXIOMA 5, “CONTINUIDADE.” Se o supremo, S (ou ínfimo, I) de

⁸Ethan Bolker, ‘A Simultaneous Axiomatization of Utility and Subjective Probability’, *Philosophy of Science* 34 (1967) 333-340. Ver também o capítulo 9 de *The Logic of Decision* (2ª ed., 1983).

⁹Uma álgebra booleana é *completa* sss cada conjunto de elementos da álgebra tem um supremo e um ínfimo na álgebra. O supremo de um conjunto de proposições é implicado por todo o elemento do conjunto (é um limite superior) e implica todo o limite superior (é o menor limite superior). De modo semelhante, o ínfimo é o maior limite inferior.

¹⁰I.e., se $A \wedge B = \perp$, em que $\perp$ é o elemento nulo de $\mathcal{A}$.

¹¹Quando as condições (a) e (b) obtêm, C é uma “proposição teste” para a equiprobabilidade de A e B ; e o teste é passado ou chumbado consoante (c) obtêm ou não. Este axioma diz que o teste é imparcial no sentido em que não depende de qual a proposição teste C particular que é escolhida.

BOLKER'S EXISTENCE THEOREM. If $\succeq$ satisfies axioms 1-5, then there exist a probability measure pr and a signed measure¹³ sg on $\mathcal{A}$ with the following property:

$$(\Theta) \quad A \succeq B \text{ iff } des(A) \geq des(B), \text{ where } des(X) =_{df} \frac{sg(X)}{pr(X)}.$$

This takes some proving.¹⁴

The actors in Bolker's production are INDIFFERENCE CLASSES, where your indifference classe for A is the set $\varphi(A)$ to which a proposition belongs if and only if you are indifferent between it and A . If we write ' $\geq$ ' between ' $\varphi(A)$ ' and ' $\varphi(B)$ ' to indicate that $A \succeq B$, we get a simulacrum of (Θ) that takes no proving:

$$(\Theta') \quad A \succeq B \text{ iff } \varphi(A) \geq \varphi(B).$$

What does take proving is that φ , whose values are certain subsets of $\mathcal{F}$, acts in all relevant respects¹⁵ like des , whose values are certain real numbers. Or, since real numbers are only rôles, what takes proving is that the values of φ do play the rôle of real numbers: That, rewritten according to (Θ') , the script given by axioms 1-5 can be seen to have the usual axioms for the reals as a subplot, so that the trajectory of $\varphi(X)$ through the indifference classes will simulate the trajectory of $des(X)$ through any other production of "*Reals!*".

¹³As signed measures need only be countably additive, sg may take values less than 0 and greater than 1.

¹⁴As in Bolker's doctoral dissertation, *Functions Resembling Quotients of Measures*, (Harvard University, April 1965), where the representation theorem is proved in chapter 9 (which is largely reproduced in the 1967 'simultaneous axiomatization' paper) as a corollary of earlier parts of the dissertation. These appear, somewhat condensed, as 'Functions Resembling Quotients of Measures', *Transactions of the American Mathematical Society* **124** (1966) 292-312.

¹⁵—in spite of having to satisfy further conditions as well, e.g., averaging and impartiality.

uma cadeia de implicação¹² em $\mathcal{F}$ fica num intervalo de preferência, então todos os membros da cadeia posteriores (ou anteriores) a algum elemento C ficarão nesse intervalo.

TEOREMA DA EXISTÊNCIA DE BOLKER. Se $\succeq$ satisfaz os axiomas 1-5, então existe uma medida de probabilidade pr e uma medida com sinal¹³ sg sobre $\mathcal{A}$ com a seguinte propriedade:

$$(\Theta) \quad A \succeq B \text{ sss } des(A) \geq des(B), \text{ na qual } des(X) =_{df} \frac{sg(X)}{pr(X)}.$$

Isto necessita de alguma demonstração.¹⁴

Os actores na encenação de Bolker são CLASSES DE INDIFERENÇA; nesta encenação, a classe de indiferença de um agente para A é o conjunto $\varphi(A)$ ao qual a proposição pertence se, e somente se, o agente for indiferente entre ela e A . Se escrevermos ' $\geq$ ' entre ' $\varphi(A)$ ' e ' $\varphi(B)$ ' para indicar $A \succeq B$, obtemos um simulacro de (Θ) que não necessita de qualquer demonstração:

$$(\Theta') \quad A \succeq B \text{ sss } \varphi(A) \geq \varphi(B).$$

O que precisa de ser demonstrado é que φ , cujos valores são certos subconjuntos de $\mathcal{F}$, se comporta em todos os aspectos relevantes¹⁵ como des , cujos valores são certos números reais. Ou, uma vez que os números reais são apenas papéis, o que necessita de ser demonstrado é que os valores de φ de facto desempenham o papel de números reais: Que, reescrito de acordo com (Θ') , o guião dado pelos axiomas 1-5 pode ser visto como tendo os axiomas habituais para os reais como subtrama, de tal modo

¹²I.e., um conjunto de proposições linearmente ordenadas pela relação A IMPLICA B ($A = A \wedge B$).

¹³Visto que as medidas com sinal apenas têm que ser contavelmente aditivas, sg pode tomar valores menores que 0 e maiores que 1.

¹⁴Tal como na dissertação de doutoramento de Bolker, *Functions Resembling Quotients of Measures*, (Harvard University, April 1965), na qual o teorema da representação é demonstrado no capítulo 9 (o qual é largamente reproduzido no artigo de 1967 'simultaneous axiomatization') como um corolário de partes anteriores da dissertação. Estas aparecem, de um modo algo condensado, como 'Functions Resembling Quotients of Measures', *Transactions of the American Mathematical Society* 124 (1966) 292-312.

¹⁵— apesar de ter de satisfazer também outras condições, e.g., média e imparcialidade.

A final question: How can coarse-grained magnitudes (temperature, desirability) provide casts large enough to fill the enormous stage needed for the real numbers play? (Pure set theory suffers no such embarrassment.) Here is an answer, addressed to the case of your *des* function.

The crucial question is: Can your actual weak preference relation $\succeq$ be extended to a relation $\succeq'$ that satisfies all of Bolker's axioms? If not, your preferences are incoherent, and the fault is with your script, not with the production company. But if it can, then there are relations $\succeq'$ that satisfy the Bolker axioms and agree with $\succeq$ wherever the latter is defined. According to Bolker's representation theorem, each such completion of your weak preference relation determines a function φ whose values can provide a full cast for "*Reals!*" .

1.3 Empiricism Lite?

Here is a sample of mid-20th century heavy empiricism:

Subtract, in what we say that we see, or hear, or otherwise learn from direct experience, *all that conceivably could be mistaken*; the remainder is the given content of the experience inducing this belief. If there were no such hard kernel in experience—e.g., what we *see* when we think we see a deer but there is no deer—then the word 'experience' would have nothing to refer to.¹⁶

Heavy empiricism puts some such "hard kernel" to work as the "purely experiential component" of your observations, about which you cannot be mistaken. Lewis himself thinks of this hard kernel as a proposition, since it has a truth value (i.e., true), and has a subjective probability for you (i.e., 1). Early and late, he argues that the relationship between your irrefutable kernel and your other empirical judgments is the relationship between fully believed premises and uncertain conclusions, which have various probabilities conditionally upon those premises. Thus, in 1929 (*Mind and the World Order*, pp. 328-9) he holds that

¹⁶C. I. Lewis, *An Analysis of Knowledge and Valuation*, Open Court, LaSalle, Illinois, 1947, pp. 182-3. Lewis's emphasis.

que a trajectória de $\varphi(X)$ através das classes de indiferença simulará a trajectória de $des(X)$ através de qualquer outra encenação de “*Reais!*”.

Uma questão final: Como é possível que magnitudes de grão tão grosseiro (temperatura, desiderabilidade) possam fornecer elencos suficientemente grandes para encher o enorme palco de que a peça dos números reais necessita? (A teoria pura dos conjuntos não sofre de um tal embaraço). Eis uma resposta, dirigida para o caso da função *des* do nosso agente.

A questão crucial é: Poderá a relação de preferência fraca actual $\succeq$ do agente ser ampliada para se obter uma relação $\succeq'$ que satisfaça todos os axiomas de Bolker? Se esse não for o caso, as preferências do agente serão incoerentes, e a culpa será do guião, não da companhia que encena a peça. Mas se esse for o caso, então existem relações $\succeq'$ que satisfazem os axiomas de Bolker e concordam com $\succeq$ onde quer que esta última seja definida. De acordo com o teorema da representação de Bolker, cada um desses completamentos da relação de preferência fraca do agente determina uma função φ cujos valores podem fornecer um elenco completo para “*Reais!*”.

1.3 Empirismo Leve?

Eis uma amostra de empirismo pesado de meados do século XX:

Subtraíam, àquilo que dizemos que vemos, ou ouvimos, ou aprendemos por outro qualquer processo a partir da experiência directa, *tudo o que poderia concebivelmente estar errado*; o que fica é o conteúdo dado da experiência que induz esta crença. Se não houvesse um tal núcleo duro na experiência – e.g., o que *vemos* quando pensamos que vemos um veado sem que haja qualquer veado – então a palavra ‘experiência’ nada teria a que se referir.¹⁶

O empirismo pesado coloca um “núcleo duro” deste género a fazer o trabalho do “componente puramente experiencial” das nossas observações, acerca do qual não podemos enganar-nos. O próprio Lewis

¹⁶C. I. Lewis, *An Analysis of Knowledge and Valuation*, Open Court, LaSalle, Illinois, 1947, pp. 182-3. A ênfase é de Lewis.

the immediate premises are, very likely, themselves only probable, and perhaps in turn based upon premises only probable. Unless this backward-leading chain comes to rest finally in certainty, no probability-judgment can be valid at all. . . . Such ultimate premises . . . must be actual given data for the individual who makes the judgment.

And in 1947 (*An Analysis of Knowledge and Valuation*, p. 186):

If anything is to be probable, then something must be certain. The data which themselves support a genuine probability, must themselves be certainties. We do have such absolute certainties in the sense data initiating belief and in those passages of experience which later may confirm it.

In effect, Lewis subscribes to Carnap's view¹⁷ of inductive probability as prescribing, as your current subjective probability for a hypothesis H , its "degree of confirmation", $pr_t(H) = c(H|D_1 \wedge D_2 \dots \wedge D_t)$, given all of your fully believed data sentences D_i , from the beginning (D_1) to date (D_t).

Lewis's arguments for this view seem to be based on the widespread but erroneous idea that

- (a) such conditioning on certainties is the only rational way to form your degrees of belief, and
- (b) if you are rational, the information encoded in your probabilities at any time is the conjunction of all your data propositions up to that time.

¹⁷See, e.g., Rudolf Carnap, *The Logical Foundations of Probability*, University of Chicago Press (1950, 1964).

concebe este núcleo duro como uma proposição, uma vez que tem um valor de verdade (i.e., verdadeiro) e tem uma probabilidade subjectiva para o seu detentor (i.e., 1). Tanto nos seus escritos iniciais como nos seus escritos tardios, ele argumenta que a relação entre o núcleo irrefutável e os outros juízos empíricos do agente é a relação entre premissas alvo de uma crença total e conclusões incertas, as quais têm diferentes probabilidades condicionadas por aquelas premissas. Assim, em 1929 (*Mind and the World Order*, pp. 328-9) ele defende que

as premissas imediatas são, muito provavelmente, elas próprias apenas prováveis, e talvez se baseiem em premissas que são, por sua vez, apenas prováveis. A menos que esta cadeia regressiva se apoie em última instância na certeza, nenhum juízo de probabilidade pode ser de todo válido... Tais premissas últimas... têm que ser dados efectivamente presentes ao indivíduo que elabora o juízo.

E em 1947 (*An Analysis of Knowledge and Valuation*, p. 186):

Se alguma coisa pode ser provável, então algo tem que ser certo. Os dados que sustentam uma probabilidade genuína têm eles próprios que ser certezas. Dispomos dessas certezas absolutas nos dados sensoriais com os quais a crença se inicia e naquelas passagens da experiência que posteriormente poderão confirmá-la.

Com efeito, Lewis subscreve a perspectiva de Carnap¹⁷ sobre a probabilidade indutiva, de acordo com a qual a probabilidade subjectiva presente de um agente para uma hipótese H deve ser vista como o "grau de confirmação" desta última, $pr_t(H) = c(H|D_1 \wedge D_2 \dots \wedge D_t)$, dadas todas as frases D_i acerca de dados alvo da crença total do agente, desde o início (D_1) até ao presente (D_t).

Os argumentos de Lewis para defender esta perspectiva parecem ser baseados na ideia difundida mas errónea de que

¹⁷Veja, e.g., Rudolf Carnap, *The Logical Foundations of Probability*, University of Chicago Press (1950, 1964).

Against (a), I point to the existence of a way, prescribed under identifiable circumstances by the rules of the probability calculus, in which you must update your old probabilities in the light of experience which has led you to assign certain new probabilities short of 1 to the answers to a multiple-choice question on which your new observation bears—say, new probabilities r, y, g for the color (R, Y, G) of a traffic light:

$$new(H) = r \cdot old(H|R) + y \cdot old(H|Y) + g \cdot old(H|G)$$

(“Probability Kinematics”)

If you were sure of the color—say, red—your new probabilities would be $r = 1, y = 0, g = 0$, and the formula would reduce to ordinary conditioning: $new(H) = old(H|R)$.

The broadest general sufficient condition mandated by the probability calculus for this mode of updating is *constancy of your conditional probabilities given the possible answers* ($A = R, Y, G$) *to the question, as your probabilities for the answers change* (i.e., here, to r, y, g).¹⁸

$$new(H|A) = old(H|A) \text{ for } A = R, Y, G$$

(“Invariance”)

Against (b), I point to cases where experience conveys information that you cannot incorporate into your judgmental probabilities simply by conditioning on some proposition in your probability space.

Example. Is the shirt blue or green? There are conditions (blue/green color-blindness, poor lighting) under which what you see can lead you to adopt probabilities—say, $\frac{2}{3}, \frac{1}{3}$ —for blue and green, where there is no hardcore experiential proposition E you can cite for which your $old(Blue|E) = \frac{2}{3}$ and $old(Green|E) = \frac{1}{3}$. This E would be less accessible than Lewis’s ‘what we see when we think we see a deer but there is no deer’, since what we think is not that the shirt is blue, but that $new(blue) = \frac{2}{3}, new(green) = \frac{1}{3}$.

¹⁸*Proof.* In the presence of invariance, the following instance of the law of total probability reduces to probability kinematics: $new(H) = new(H|R)new(R) + new(H|Y)new(Y) + new(H|G)new(G)$.

(a) uma tal condicionalização sobre certezas é o único modo racional de alguém formar os seus graus de crença, e

(b) se um agente é racional, a informação codificada nas suas probabilidades em qualquer momento é a conjunção de todas as proposições do agente acerca de dados até esse momento.

Contra (a), eu aponto para a existência de um modo, prescrito em circunstâncias identificáveis pelas regras do cálculo de probabilidades, pelo qual o agente tem que actualizar as suas probabilidades velhas à luz de experiência que o levou a atribuir certas probabilidades novas com exclusão de 1 às respostas a uma questão de escolha múltipla com a qual a sua nova observação se correlaciona – digamos, probabilidades novas e, a, v para a cor (E, A, V) de um semáforo:

$$nova(H) = e \cdot velha(H|E) + a \cdot velha(H|A) + v \cdot velha(H|V)$$

(“Cinemática das Probabilidades”)

Se o agente estivesse seguro da cor – digamos, encarnado – as suas probabilidades novas seriam $e = 1, a = 0, v = 0$, e a fórmula reduzir-se-ia à condicionalização ordinária: $nova(H) = velha(H|E)$.

A condição suficiente geral mais lata mandatada pelo cálculo de probabilidades para este modo de actualização é *constância das probabilidades condicionais do agente dadas as possíveis respostas* ($R = E, A, V$) à questão, à medida que as suas probabilidades para as respostas mudam (i.e., neste caso, para e, a, v):¹⁸

$$nova(H|R) = velha(H|R) \text{ para } R = E, A, V \quad (\text{“Invariância”})$$

Contra (b), aponto para casos nos quais a experiência fornece informação que não pode ser incorporada pelo agente nas suas probabilidades judicativas simplesmente por condicionalização sobre alguma proposição no seu espaço de probabilidades.

¹⁸*Demonstração.* Na presença de invariância, a seguinte instância da lei da probabilidade total reduz-se à cinemática de probabilidades: $nova(H) = nova(H|E)nova(E) + nova(H|A)nova(A) + nova(H|V)nova(V)$.

With $\mathcal{E}$ as the proposition $\boxed{new(blue) = \frac{2}{3} \wedge new(green) = \frac{1}{3}}$, it is actually possible to expand the domain of the function *old* so as to allow conditioning on $\mathcal{E}$, in a way that yields the same result you would get via probability kinematics. Formally, this $\mathcal{E}$ behaves like the elusive E of the preceding paragraph.¹⁹ Perhaps $\mathcal{E}$ could be regarded as an experiential proposition in some very light sense. It may be thought to satisfy the certainty and invariance conditions, $new(\mathcal{E}) = 1$ and $new(H|\mathcal{E}) = old(H|\mathcal{E})$, and it does stand outside the normal run of propositions to which we assign probabilities, as do the presumed experiential propositions with which we might hope to cash those heavily context-dependent epistemological checks that begin with ‘looks’. Perhaps. But my own inclination is to withhold the term ‘empiricism’ in this very light sense as misleadingly atavistic, and speak simply of “probabilism”.

¹⁹Following Brian Skyrms, *Causal Necessity* (Yale, 1980), Appendix 2, note that, where $\mathcal{E} = \boxed{new(D_1) = d_1 \wedge \dots \wedge new(D_n) = d_n}$, if (1) $old(D_i|\boxed{D_i = d_i}) = d_i$ and (2) $old(H|D_i \wedge \mathcal{E}) = old(H|D_i)$, then (3) $old(H|\mathcal{E}) = d_1 old(H|D_1) + \dots + d_n old(H|D_n)$. In the presence of certainty, $new(\mathcal{E})=1$, invariance, $new(H|\mathcal{E}) = old(H|\mathcal{E})$, reduces to $new(H) = old(H|\mathcal{E})$, and—as with probability kinematics—we have (4) $new(H) = d_1 old(H|D_1) + \dots + d_n old(H|D_n)$.

Exemplo. A camisa é azul ou verde? Há condições (visão cega ao contraste azul/verde, iluminação fraca) debaixo das quais o que o agente vê pode levá-lo a adoptar probabilidades – digamo $\frac{2}{3}, \frac{1}{3}$ – para azul e verde, onde não existe qualquer proposição experiencial do núcleo duro E que ele possa citar para a qual a sua *velha*(Azul| E) = $\frac{2}{3}$ e a sua *velha*(Verde| E) = $\frac{1}{3}$. Este E seria menos acessível que o que Lewis caracteriza como ‘o que vemos quando pensamos que vemos um veado sem que haja qualquer veado’, uma vez que o que nós pensamos não é que a camisa é azul, mas que *nova*(azul) = $\frac{2}{3}$, *nova*(verde) = $\frac{1}{3}$.

Com $\mathcal{E}$ como a proposição $\boxed{\textit{nova}(\textit{azul}) = \frac{2}{3} \wedge \textit{nova}(\textit{verde}) = \frac{1}{3}}$, é na realidade possível ampliar o domínio da função *velha* de tal modo que a condicionalização em $\mathcal{E}$ seja permitida de um modo que origina o mesmo resultado que se obteria via cinemática de probabilidades. Formalmente, este $\mathcal{E}$ comporta-se como o E esquivo do parágrafo anterior.¹⁹ Talvez $\mathcal{E}$ pudesse ser considerada como uma proposição experiencial num sentido muito leve. Pode de facto ser pensada como satisfazendo as condições da certeza e da invariância, *nova*($\mathcal{E}$) = 1 e *nova*(H | $\mathcal{E}$) = *velha*(H | $\mathcal{E}$), e situa-se de facto fora do curso normal das proposições às quais atribuímos probabilidades, tal como acontece com as presumíveis proposições experienciais com as quais poderíamos ter a esperança de poder descontar aqueles cheques epistemológicos fortemente dependentes do contexto que começam com ‘parece’. Talvez. Mas a minha inclinação vai no sentido de retirar de uso o termo ‘empirismo’ neste sentido muito leve por ser um atavismo propiciador de confusão e falar simplesmente de “probabilismo”.

¹⁹Seguindo Brian Skyrms, *Causal Necessity* (Yale, 1980), Apêndice 2, note que onde $\mathcal{E} = \boxed{\textit{nova}(D_1) = d_1 \wedge \dots \wedge \textit{nova}(D_n) = d_n}$, se (1) *velha*(D_i | $\boxed{D_i = d_i}$) = d_i e (2) *velha*(H | $D_i \wedge \mathcal{E}$) = *velha*(H | D_i), então (3) *velha*(H | $\mathcal{E}$) = $d_1 \textit{velha}(H | D_1) + \dots + d_n \textit{velha}(H | D_n)$. Na presença de certeza, *nova*($\mathcal{E}$)=1, invariância, *nova*(H | $\mathcal{E}$) = *velha*(H | $\mathcal{E}$), reduz-se a *nova*(H) = *velha*(H | $\mathcal{E}$), e – tal como com a cinemática das probabilidades – temos (4) *nova*(H) = $d_1 \textit{velha}(H | D_1) + \dots d_n \textit{velha}(H | D_n)$.

1.4 Appendix: Notes on Heavy Empiricism

1.4.1 Mach's Moustache



... I lie upon my sofa. If I close my right eye, the picture represented in the accompanying cut is presented to my left eye. In a frame formed by the ridge of my eyebrow, by my nose, and by my moustache, appears a part of my body, so far as visible, with its environment. My body differs from other human bodies—beyond the fact that every intense motor idea is immediately expressed by a movement of it, and that, if it is touched, more striking changes are determined than if other bodies are touched—by the circumstance that it is

1.4 Apêndice: Notas acerca do Empirismo Pesado

1.4.1 O Bigode de Mach



... estou deitado no meu sofá. Se fechar o meu olho direito, a imagem representada no corte que acompanha o texto é apresentada ao meu olho esquerdo. Numa moldura formada pela arcada da minha sobrancelha, pelo meu nariz, e pelo meu bigode, aparece uma parte do meu corpo, tanto quanto ele é visível, juntamente com o seu envolvimento. O meu corpo difere de outros corpos humanos – para além do facto de toda a ideia intensa de actividade motora ser imediatamente expressa por um movimento seu, e de, se tocado, serem deter-

only seen piecemeal, and, especially, is seen without a head.

...²⁰

As illustrated, Mach's moustache frames a photographic parable of the evidential proposition *E* for an inert fragment of visual perception.

1.4.2 Quine's Irritations of our Sensory Surfaces

—say, the retina. The trouble is that a chronological record of the pattern of irritation of rods and cones would be gibberish without a correlated record of activity in the proprioceptive circuitry monitoring position of eyes in head, head on torso, etc. Here is his broader (and, I think, latest) word on the subject:²¹

... we can imitate the phenomenalist groundwork of Carnap's *Aufbau* in our new setting. His ground elements were his elementary experiences; each was the subject's total sensory experience during some moment, or specious present. What can we take as the physical analogue? Simply the class of all sensory receptors that were triggered at that moment; or, better, the temporally ordered class of receptors triggered during that specious present. The input gets processed in the brain, but what distinguishes one unvarnished input from another is just what receptors were triggered and in what order. Here is a fitting physical correlate of the global sensory experience of a moment. I call it a *global stimulus*.

²⁰Ernst Mach, *The Analysis of Sensations and the relation of the Physical to the Psychological*, Chicago, Open Court, 1897; New York, Dover, 1959, pp. 18-19.

²¹Willard van Orman Quine, *From Stimulus to Science*, Harvard University Press, 1995, pp. 16-17.

minadas mudanças mais incisivas do que se forem outros corpos a ser tocados – pela circunstância de só ser parcelarmente visto, e, especialmente, de ser visto sem uma cabeça...²⁰

Como foi ilustrado, o bigode de Mach formula uma parábola fotográfica da proposição evidencial *E* para um fragmento inerte de percepção visual.

1.4.2 As Irritações das nossas Superfícies Sensoriais, de Quine

Tomemos a retina como exemplo. O problema é que um registo cronológico do padrão de irritação dos bastonetes e cones não faria qualquer sentido sem um registo correlacionado da actividade nos circuitos proprioceptivos que controlam a posição dos olhos na cabeça, da cabeça no torso, etc. Eis a sua expressão mais alargada (e, penso eu, mais recente) acerca do tema:²¹

...podemos imitar a fundamentação fenomenalista do *Aufbau* de Carnap no nosso novo ambiente. Os seus elementos de base eram as suas experiências elementares; cada uma delas constituía a experiência sensorial total do sujeito durante um certo momento, ou presente especioso. O que é que podemos tomar como o seu analogon físico? Simplesmente a classe de todos os receptores sensoriais que foram activados nesse momento; ou, melhor, a classe temporalmente ordenada de receptores activados durante esse presente especioso. O input é processado no cérebro, mas o que distingue um input cru de outro é apenas que receptores foram activados e em que ordem. Eis um correlato físico apropriado da experiência sensorial global de um momento. Chamo-lhe um *estímulo global*.

²⁰Ernst Mach, *The Analysis of Sensations and the relation of the Physical to the Psychical*, Chicago, Open Court, 1897; New York, Dover, 1959, pp. 18-19.

²¹Willard van Orman Quine, *From Stimulus to Science*, Harvard University Press, 1995, pp. 16-17.

1.4.3 Inner-outer hocus-pocus

Use of the familiar inside/outside the skin contrast as an explanatory placebo is bogus because the whole body is part of the “external” world. Consider Quine’s *global stimulus*: ‘The input gets processed in the brain, but what distinguishes one unvarnished input from another is just *what receptors were triggered and in what order*.’ The “unvarnished inputs” are triggerings of “receptors”—but these must include triggerings of introceptors, inputs that register orientations of eyes in head, head on shoulders, etc. And do these latter include inputs to the muscles governing these orientations, which are part of a feedback loop containing those introceptors? Quine’s breezy analogy overlooks these questions.

1.4.4 Conscious experience is too slender a base.²²

“Blindsight”²³ is a striking illustration. In certain primates—humans, among them—some 90% of optic nerve fibres project to the striate cortex at the very back of brain via the dorsal lateral geniculate nucleus in the midbrain. The non-geniculo-striate 10% seem to provide visual capacities of which patients whose striate cortex is removed are unaware. One such patient (“D.B.”), who ‘could not see one’s outstretched hand, . . . seemed to be able to reach for it accurately.’ In effect, D.B. formed rather reliable judgments about the location of the unseen hand. (He thought of it as guesswork.) The rest of us—epistemologists and others—who may well make some use of the the occult 10%, are similarly oblivious to its input.

²²See pp. 3-5 of *Probability and the Art of Judgment* (Cambridge, 1992).

²³*Blindsight, a Case Study and Implications*, L. Weiskrantz (Oxford, 1986), pp. 3-6, 14, 168-9.

1.4.3 Abracadabra interno-externo

O uso do contraste familiar dentro/fora da pele como um placebo explicativo é fraudulento porque todo o corpo é parte do mundo “externo”. Considere-se o *estímulo global* de Quine: ‘O input é processado no cérebro, mas o que distingue um input cru de outro é apenas *que receptores foram activados e em que ordem*.’ Os “inputs crus” são activações de “receptores” – mas estes têm que incluir activações de introceptores, inputs que registam orientações de olhos na cabeça, cabeça nos ombros, etc. E será que estes também incluem inputs para os músculos que governam estas orientações, os quais são parte de um circuito em feedback que contém os introceptores em causa? A analogia superficial de Quine não se detém nestas questões.

1.4.4 A Experiência Consciente é uma base demasiado reduzida.²²

A “visão cega”²³ constitui uma ilustração incisiva. Em certos primatas – humanos, entre eles – cerca de 90% das fibras nervosas ópticas projectam-se para o córtex estriado bem na parte de trás do cérebro através do núcleo geniculado dorsal lateral no cérebro central. Os 10% de fibras ópticas não genículo-estriadas parecem fornecer capacidades visuais das quais os pacientes cujo córtex estriado é removido não têm consciência. Um paciente nestas condições (“D.B.”), que ‘não era capaz de ver a mão estendida do interlocutor, . . . parecia ser capaz de a apertar com precisão.’ Com efeito, D.B. formulava juízos bastante fiáveis acerca da localização da mão invisível. (Ele próprio pensava que o que fazia era adivinhar). O resto de todos nós – epistemólogos e outros – que pode perfeitamente dar algum uso aos seus ocultos 10% permanece igualmente inconsciente do seu input.

²²Veja pp. 3-5 of *Probability and the Art of Judgment* (Cambridge, 1992).

²³*Blindsight, a Case Study and Implications*, L. Weiskrantz (Oxford, 1986), pp. 3-6, 14, 168-9.

1.4.5 Neurath's Protocol-Processor²⁴

There is no way to establish fully secured, neat protocol sentences as starting point of the sciences. There is no *tabula rasa*. We are like sailors who have to rebuild their ship on the open sea, without ever being able to dismantle it in dry-dock and reconstruct it from the best components. ... (p. 92)

... Fundamentally it makes no difference at all whether Kalon works with Kalon's or with Neurath's protocols In order to make this quite clear, we could think of a scientific cleaning machine into which protocol sentences are thrown. The 'laws' and other 'factual statements', including protocol statements, which have their effect through the arrangement of the wheels of the machine, clean the stock of protocol statements thrown in and make a bell ring when a 'contradiction' appears. Now either the protocol statement has to be replaced by another or the machine has to be reconstructed. *Who* reconstructs the machine, *whose* protocol statements are thrown in, is of no consequence at all; everybody can test his 'own' as well as 'others' protocol statements. (p. 98)

1.4.6 Probabilistic Enhancement of Dogmatic Protocols²⁵

Driving to work, radios tuned to NPR, Ann and three of her colleagues all hear an actor—they know it's Gielgud or Olivier—doing 'To be or not to be'. On arrival they write protocol sentences on cards (e.g., 'Ann's protocol at 9 AM: At 8:45 AM I heard Gielgud') and drop them into the protocol box. The *Protokollmeister* collects the four cards and prepares a single protocol for the Neurath machine (e.g., 'Master protocol at 9:05 AM: *It was Gielgud*'), like this:

²⁴ "Protokollsätze", *Erkenntnis* 3 (1932-3) 204-214. Translations here are from Otto Neurath, *Philosophical Papers 1913-1946*, Reidel (1983).

²⁵ Edward Moore & Claude Shannon, "Reliable Circuits Using Less Reliable Relays", *J. Franklin Inst.* 262 (1956) 191-297

1.4.5 O Processador de Protocolos de Neurath²⁴

Não há qualquer processo por meio do qual se possam estabelecer frases protocolares completamente seguras e claras como ponto de partida para as ciências. Não há qualquer *tabula rasa*. Somos como marinheiros que têm que reconstruir o seu barco no mar alto, sem nunca terem a possibilidade de o dismantelar numa doca seca e de o reconstruir a partir dos melhores componentes. ... (p. 92)

... Fundamentalmente não faz qualquer diferença saber se Kalon trabalha com os protocolos de Kalon ou com os de Neurath Para tornar isto bem claro, poderíamos pensar numa máquina de limpeza científica para dentro da qual as frases protocolares seriam deitadas. As ‘leis’ e outros ‘enunciados factuais’, incluindo frases protocolares, as quais obteriam os seus efeitos através da disposição das rodas da máquina, limpariam a pilha de frases protocolares deitadas para dentro da máquina e fariam soar uma campainha sempre que uma ‘contradição’ aparecesse. Então ou a frase protocolar teria que ser substituída por outra ou a máquina teria que ser reconstruída. *Quem* reconstruiria a máquina, *de quem* seriam as frases protocolares que seriam deitadas para dentro da máquina, eis algo que não teria quaisquer consequências; toda a gente poderia testar as suas ‘próprias’ frases protocolares assim como as de ‘os outros’. (p. 98)

1.4.6 Melhoramento Probabilístico de Protocolos Dogmáticos²⁵

Conduzindo a caminho do trabalho, com os auto-rádios sintonizados na NPR, Ann e três dos seus colegas ouvem todos um actor – eles sabem que é ou Gielgud ou Olivier – declamar ‘To be or not to be’. À chegada

²⁴ “Protokollsätze”, *Erkenntnis* 3 (1932-3) 204-214. As traduções aqui usadas são de Otto Neurath, *Philosophical Papers 1913-1946*, Reidel (1983).

²⁵ Edward Moore & Claude Shannon, “Reliable Circuits Using Less Reliable Relays”, *J. Franklin Inst.* 262 (1956) 191-297

The master protocol says it was Gielgud if at least three of the individual protocols said it was Gielgud, and otherwise says it was Olivier.

Perhaps the *Protokollmeister* regards the four individuals as equally reliable—and as not very reliable. He thinks they are all pretty good at recognizing Gielgud's voice, and really bad at recognizing Olivier's. For each of them—say, Ann—he judges:

$$\begin{aligned} pr(\text{Ann says 'Gielgud'} | \text{It is Gielgud}) &= 80\% \\ pr(\text{Ann says 'Gielgud'} | \text{It is Olivier}) &= 60\% \end{aligned}$$

Fact: He must judge that the master protocol, *MP*, does better:

$$\begin{aligned} pr(MP \text{ says 'Gielgud'} | \text{It is Gielgud}) &= 82\% \\ pr(MP \text{ says 'Gielgud'} | \text{It is Olivier}) &= 47\%^{26} \end{aligned}$$

And many more 80%/60% protocols can make a 99%/1% one.

²⁶ *Proof.* $pr(3 \text{ 'Gielgud's'}) = 4p^3(1-p)$, where $p = .8$ (or $.6$) if it was (or not) Gielgud. Then $pr(3 \text{ or } 4 \text{ 'Gielgud's'}) = 4p^3(1-p) + p^4 = p^3[4(1-p) + p]$. If $p = .8$ (or $.6$), this = $.82$ (or $.47$).

escrevem frases protocolares em cartões (e.g., ‘Protocolo da Ann às 9 da manhã: às 8.45 da manhã ouvi Gielgud’) e enfiam-nos na caixa dos protocolos. O *Protokollmeister* recolhe os quatro cartões e prepara um único protocolo para a máquina de Neurath (e.g., ‘Protocolo-mestre às 9.05 da manhã: *Era Gielgud*’) da seguinte forma:

O protocolo-mestre diz que era Gielgud se pelo menos três dos protocolos individuais disserem que era Gielgud; de outra forma diz que era Olivier.

Talvez o *Protokollmeister* considere os quatro indivíduos como igualmente fiáveis – e como não sendo muito fiáveis. Ele pensa que eles são bastante bons a reconhecer a voz de Gielgud, e muito maus a reconhecer a de Olivier. Para cada um deles – digamos, Ann – ele ajuíza do seguinte modo:

$$\begin{aligned} pr(\text{Ann diga 'Gielgud'} | \acute{\text{E}} \text{ Gielgud}) &= 80\% \\ pr(\text{Ann diga 'Gielgud'} | \acute{\text{E}} \text{ Olivier}) &= 60\% \end{aligned}$$

Facto: : Ele tem que formular o juízo de que o protocolo mestre, *PM*, faz melhor:

$$\begin{aligned} pr(\text{PM diga 'Gielgud'} | \acute{\text{E}} \text{ Gielgud}) &= 82\% \\ pr(\text{PM diga 'Gielgud'} | \acute{\text{E}} \text{ Olivier}) &= 47\%^{26} \end{aligned}$$

E muitos mais protocolos 80%/60% podem dar origem a um protocolo 99%/1%.

²⁶ *Demonstração.* $pr(3 \text{ 'Gielgud's}) = 4p^3(1-p)$, na qual $p = 0,8$ (ou 0,6) se era (ou não) Gielgud. Então $pr(3 \text{ ou } 4 \text{ 'Gielgud's}) = 4p^3(1-p) + p^4 = p^3[4(1-p) + p]$. Se $p = 0,8$ (ou 0,6), isto é $= 0,82$ (ou 0,47).

II

Radical Probabilism

What used to be called ‘dogmatism’²⁷ is the view that judgment is and ought to be a matter of all-or-none acceptance or rejection of propositions—i.e., as close as makes no odds, assignment of subjective probabilities 1 or 0 to propositions. But suspense of judgment is also possible: not every proposition need be accepted or rejected.

What I call ‘probabilism’²⁸ is the view that we do better to encode our judgments as subjective probabilities that can lie anywhere in the whole unit interval $[0,1]$ from 0 to 1, endpoints included. The thought is that this provides a richer palette, allowing a more nuanced representation of our judgmental states. And again, suspense of judgment is possible: not every proposition need be assigned a subjective probability.

What I call ‘radical probabilism’ is the view that probabilistic judgment need not be rooted in underlying dogmatic judgments: it can be probabilities all the way down the roots.

²⁷E.g., by Sextus Empiricus.

²⁸This is not to be confused with what the ancients called by that name.

II

Probabilismo Radical

A perspectiva à qual era costume chamar-se ‘dogmatismo’²⁷ é aquela de acordo com a qual a formulação de juízos é, e deve ser, uma actividade de aceitação ou rejeição de proposições numa base de ou tudo ou nada – i.e., que fica tão perto quanto possível de não atribuir quaisquer chances, de atribuir probabilidades subjectivas 1 ou 0 às proposições alvo de consideração. Mas a suspensão do juízo é também possível: nem todas as proposições têm que ser aceites ou rejeitadas.

Aquilo a que eu chamo ‘probabilismo’²⁸ é o ponto de vista de acordo com o qual a nossa melhor opção consiste em codificar os nossos juízos como probabilidades subjectivas que podem tomar valores em qualquer ponto do intervalo $[0,1]$ de 0 até 1, limites incluídos. A ideia é a de que este ponto de vista nos dá uma paleta mais rica, permitindo-nos obter uma representação mais subtil dos nossos estados judicativos. E, novamente, a suspensão do juízo é possível: não é necessário atribuir-se uma probabilidade subjectiva a cada proposição.

Aquilo a que eu chamo ‘probabilismo radical’ é o ponto de vista de acordo com o qual o juízo probabilístico não tem que radicar em juízos dogmáticos subjacentes: podemos perfeitamente ter apenas probabilidades até às raízes mais profundas.

²⁷E.g., por Sextus Empiricus.

²⁸Que não é para ser confundido com o que os antigos designavam por este termo.

2.1 Four Fallacies

Perhaps the best way to start expanding these remarks is to examine some common misunderstandings.

2.1.1 “All probabilities are conditional.”

This is often the expression of a stalwart empiricism: ‘Your probabilities depend on your experiences—including, perhaps, your experiences of other people’s probabilistic protocols.’

Perhaps so. But it is a further step—and a blunder—to suppose that therefore your new probabilities are obtainable by conditioning your old probabilities on your current experience, $old \xrightarrow{e} new$. This is a blunder because e (“my current experience”²⁹) is

- (1) not a proposition in the domain of *old*, but
- (2) a particular existent—your current experience in full detail—
- (3) which is definable ostensively but not purely descriptively.

It makes sense to write ‘ $new(H) = old_e(H)$ ’ where ‘ e ’ is an index and ‘ old_e ’ is an ostensive definition of *new*, but by (1) it makes no sense to write ‘ $new(H) = old(H|e)$ ’. This point would be blunted if in (2) the particular were a particular fact, a true proposition in the domain of *old*, and (3) were false, for then a description of e could be used as a sentence, and e might be a proposition in the domain of *old* after all. But according to (1)-(3), the ‘ e ’ in ‘ $new(H) = old_e(H)$ ’ is an index identifying old_e as your sequel (“*new*”) to *old* after your new experience, whatever that may have been: $old \xrightarrow{e} new (=_{df} old_e)$.

²⁹I have been using double quotes to indicate simultaneous use and mention. Here, ‘ e ’ denotes your current experience, and abbreviates the words ‘my current experience’, i.e., in your mouth.

2.1 Quatro Falácias

Talvez o melhor modo de começar a desenvolver estas observações seja pelo exame de alguns mal-entendidos frequentes.

2.1.1 “Todas as probabilidades são condicionais.”

Esta é frequentemente a expressão de um empirismo ferrenho: ‘As tuas probabilidades dependem das tuas experiências – incluindo nestas, talvez, as tuas experiências dos protocolos probabilísticos de outras pessoas.’

Talvez. Mas é um passo extra – e um erro crasso – supor que, por causa disso, as novas probabilidades que obténs sejam alcançáveis por meio da condicionalização das tuas probabilidades velhas sobre a tua experiência presente, $velha \xrightarrow{e} nova$. Isto é um erro crasso porque e (“a minha experiência presente”²⁹) é

- (1) não uma proposição do domínio de *velha*, mas
- (2) um existente particular – a tua experiência presente em todo o seu detalhe –
- (3) a qual é definível ostensivamente, mas não de modo puramente descritivo.

Faz sentido escrever ‘ $nova(H) = velha_e(H)$ ’ em que ‘ e ’ é um índice e ‘ $velha_e$ ’ é uma definição ostensiva de *nova*, mas por (1) não faz qualquer sentido escrever ‘ $nova(H) = velha(H|e)$ ’. Este ponto poderia ser torneado se em (2) o particular fosse um facto particular, uma proposição verdadeira no domínio de *velha*, e (3) fosse falsa, porque nessas condições uma descrição de e poderia ser usada como uma frase, e e poderia, afinal de contas, ser uma proposição no domínio de *velha*. Mas, de acordo com (1)-(3), o ‘ e ’ em ‘ $nova(H) = velha_e(H)$ ’ é um índice identificando $velha_e$ como a tua sucessora (“*nova*”) de *velha* depois da tua nova experiência, qualquer que ela possa ter sido: $velha \xrightarrow{e} nova (=_{df} velha_e)$.

²⁹Tenho vindo a usar aspas para indicar uso e menção em simultâneo. Aqui, ‘ e ’ denota a experiência presente do interlocutor, e abrevia as palavras ‘a minha experiência presente’, i.e., na boca dele.

2.1.2 “Probabilism eliminates suspense of judgment.”

Probabilism does offer a way of replacing blunt dogmatic suspensions on the one hand and rash rejections and acceptances on the other by probabilistic judgments corresponding to betting odds.

EXAMPLES: .01 (odds 99:1 against), .50 (evens), and .90 (odds 9:1 on), where the salient dogmatic options might have been rejection, suspension and acceptance, respectively.

In such ways, probabilism can offer more acceptable treatments of cases where none of the three dogmatic options seem quite right; but it also allows for indeterminacies. These can be more nuanced than dogmatic indeterminacies, which are simple suspensions.

To compare the two frameworks here it will be useful to introduce the term ‘proBASition’ for a set of complete probability assignments *pr* to the sentences of a language (or, what comes to the same thing, to the propositions those sentences express³⁰). The terminological conceit is: just as a proPOSITION is a set of complete truth valuations *val* of the sentences of *L*, so a proBASition is a set of complete probability assignments to the sentences of *L*.³¹

Now probabilistic judgmental states of mind relative to a language *L* are representable by probasitions. And the corresponding dogmatic states are representable by propositions. Such a proposition represents suspension of judgment about a sentence *S* iff there are (total) valuations in it—say, *val*₀ and *val*₁—for which *val*₀(*S*) = 0 and *val*₁(*S*) = 1. And a probabilistic state of total suspense about *S* would be represented by a probasition *P* containing, for every number *r* from 0 to 1, a probability assignment *pr* for which *pr*(*S*) = *r*.

³⁰If the arguments of *pr* are sentences of, not propositions, we need an extra axiom: either ‘If *A* logically implies *B*, *pr*(*A*) ≤ *pr*(*B*)’ or ‘If *A* and *B* are logically equivalent, *pr*(*A*) = *pr*(*B*).’

³¹If we take the truth values to be 1 and 0, for true and false, then, formally, a truth valuation is the special case of a probability assignment in which only the extreme probabilities are assigned.

2.1.2 “O Probabilismo elimina a suspensão do juízo.”

O Probabilismo oferece de facto um modo de substituir suspensões dogmáticas bruscas, por um lado, e rejeições e aceitações apressadas, por outro, ao permitir a formulação de juízos probabilísticos correspondentes às chances de uma aposta.

EXEMPLOS: 0,01 (chances 99: 1, a meu desfavor), 0,5 (chances 50:50), e 0,9 (chances 9:1, a meu favor); nestes casos as opções dogmáticas salientes poderiam ter sido a rejeição, a suspensão e a aceitação, respectivamente.

Por meio destes processos, o probabilismo pode oferecer tratamentos mais aceitáveis de casos nos quais nenhuma das três opções dogmáticas parece ser completamente apropriada; mas também deixa espaço para indeterminações. Estas podem ser mais subtis que as indeterminações dogmáticas, as quais são simples suspensões.

Para comparar os dois quadros conceptuais é útil introduzir aqui o termo ‘proBasição’ para referir um conjunto de atribuições de probabilidade completas *pr* às frases de uma linguagem (ou, o que vem a dar no mesmo, às proposições que essas frases exprimem³⁰). A habilidade terminológica é a seguinte: assim como uma proPOsição é um conjunto de valorações de verdade completas *val* das frases de *L*, uma proBasição é um conjunto de atribuições de probabilidade completas às frases de *L*.³¹

Deste modo, estados mentais judicativos probabilísticos relativos a uma linguagem *L* são representáveis por probasições. E os estados dogmáticos correspondentes são representáveis por meio de proposições. Uma tal proposição representa a suspensão do juízo acerca de uma frase *S* sss existirem valorações (totais) nela – digamos *val*₀ e *val*₁ – para as quais *val*₀(*S*) = 0 e *val*₁(*S*) = 1. E um estado probabilístico de suspensão total acerca de *S* seria representado por meio de uma probasição *P* contendo, para cada número *r* de 0 a 1, uma atribuição de probabilidade *pr* para a qual *pr*(*S*) = *r*.

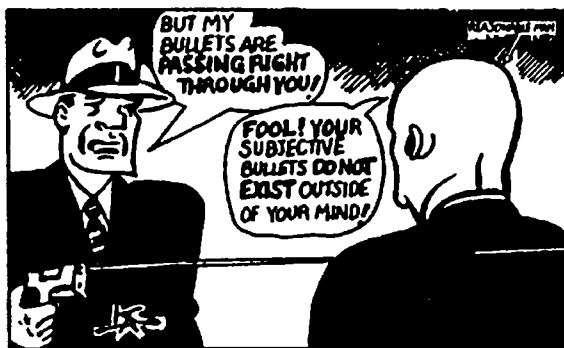
³⁰Se os argumentos de *pr* forem frases, e não proposições, precisamos de um axioma extra: ou ‘se *A* implica logicamente *B*, *pr*(*A*) ≤ *pr*(*B*)’ ou ‘se *A* e *B* são logicamente equivalentes, *pr*(*A*) = *pr*(*B*).’

³¹Se considerarmos os valores de verdade como sendo 1 e 0, para verdadeiro e falso, então, formalmente, uma valoração de verdade é o caso especial de uma atribuição de probabilidade na qual apenas as probabilidades extremas são atribuídas.

But there is a rich spectrum of probabilistic judgmental states that lie between definiteness³² and total suspense. Here is a small sample:

- Convex³³ indefiniteness
 - (a) $\frac{1}{4} \leq pr(S) \leq \frac{1}{2}$ (b) $pr(S) = .7$ to one digit of accuracy
- Nonconvex indefiniteness
 - (c) $pr(S) \in \{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\}$ (d) Independence,³⁴ $pr(A \wedge B) = pr(A)pr(B)$

2.1.3 “Subjective = gratuitous, data-free”



Vernacular “subjectivity” has just these connotations³⁵—which is why I prefer the term ‘judgmental’ and Savage preferred the term ‘personal’. But the young de Finetti preferred the term ‘subjective’, and it is now pretty widely understood among probabilists as a term of art, stripped of its connotations of voluntarism and irrationalism.³⁶

³²A probabition $\mathcal{P}$ assigns a definite value to S iff $pr(S) = pr'(S)$ for every pr and $pr' \in \mathcal{P}$.

³³A probabition $\mathcal{P}$ is convex iff for all $pr, pr' \in \mathcal{P}$ and all $a, 1 - a \geq 0$, $a \cdot pr + (1 - a) \cdot pr' \in \mathcal{P}$.

³⁴In example (d) the indefinite relation of judgmental independence of A from B is represented by $\mathcal{P} = \{pr : pr(A \wedge B) = pr(A)pr(B)\}$. Convexity implies that if pr_1 and pr_2 are both in $\mathcal{P}$ then so is $pr_3 = a \cdot \frac{1}{2}pr_1 + \frac{1}{2}pr_2$. But suppose $pr_1(A) = pr_1(B) = \frac{1}{4}$ and $pr_2(A) = pr_2(B) = \frac{3}{4}$. Then we have $pr_3(A) = pr_3(B) = \frac{1}{2}$, so that $pr_3(A \wedge B) = \frac{11}{32} \neq pr_3(A)pr_3(B) = \frac{8}{32}$.

³⁵Witness the cartoon by KA, reproduced here from “Deontological Dick,” *Harvard Law Record*, 86, No. 7 (April 15, 1988), p. 9.

³⁶For particulars about the young de Finetti, see ‘Reading Probabilismo’, *Erkenntnis* 31 (1989) 225-237.

Mas há um rico espectro de estados judicativos probabilísticos que se situa entre a determinação³² e a suspensão total. Eis aqui uma pequena amostra:

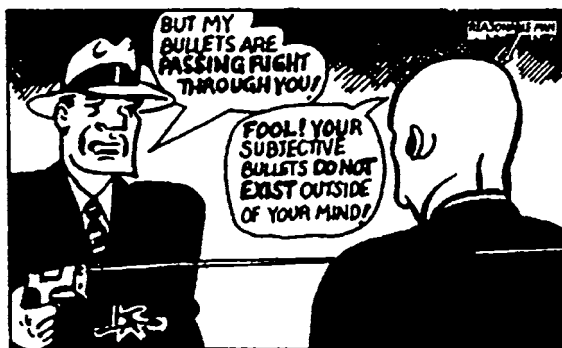
- Indefinição convexa³³

(a) $\frac{1}{4} \leq pr(S) \leq \frac{1}{2}$ (b) $pr(S) = 0,7$ com exactidão de um dígito

- Indefinição não convexa

(c) $pr(S) \in \{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\}$ (d) Independência,³⁴ $pr(A \wedge B) = pr(A)pr(B)$

2.1.3 “Subjectivo = gratuito, independente do que é dado”



A “subjectividade” vernacular tem precisamente estas conotações³⁵ – é por isso que eu prefiro o termo ‘judicativa’ e Savage preferia o termo ‘pessoal’. Mas o jovem de Finetti preferia o termo ‘subjectiva’, e é este que é hoje em dia tomado pela ampla maioria dos probabilistas como o termo standard, já expurgado das suas conotações de voluntarismo e irracionalismo.³⁶

³²Uma probasição $\mathcal{P}$ atribui um valor determinado a S sss $pr(S) = pr'(S)$ para todo pr e $pr' \in \mathcal{P}$.

³³Uma probasição $\mathcal{P}$ é convexa sss para todos os $pr, pr' \in \mathcal{P}$ e todo o $a, 1 - a \geq 0$, $a \cdot pr + (1 - a) \cdot pr' \in \mathcal{P}$.

³⁴No exemplo (d) a relação indefinida de independência judicativa de A em relação a B é representada por $\mathcal{P} = \{pr : pr(A \wedge B) = pr(A)pr(B)\}$. A convexidade implica que se pr_1 e pr_2 estiverem ambas em $\mathcal{P}$ então o mesmo acontece com $pr_3 =_{df} \frac{1}{2}pr_1 + \frac{1}{2}pr_2$. Mas suponha que $pr_1(A) = pr_1(B) = \frac{1}{4}$ e $pr_2(A) = pr_2(B) = \frac{3}{4}$. Então temos $pr_3(A) = pr_3(B) = \frac{1}{2}$, de tal modo que $pr_3(A \wedge B) = \frac{1}{32} \neq pr_3(A)pr_3(B) = \frac{8}{32}$.

³⁵Confere a banda desenhada de KA, reproduzida aqui a partir de “Deontological Dick,” *Harvard Law Record*, 86, No. 7 (April 15, 1988), p. 9.

³⁶Para conhecer detalhes acerca do jovem de Finetti, veja ‘Reading Probabilismo’, *Erkenntnis* 31 (1989) 225-237.

In fact, as de Finetti points out, judgmental probabilities are always equivalent to certain probabilistic judgments about frequencies, for the following is a law of the probability calculus:³⁷

Your probability for any sentence S = your expectation of the relative frequency of truths in any finite sequence $S_1, \dots, S_n$ of sentences you see as equiprobable with S .

Then we expect our probabilistic judgments to match the statistical data: in that sense, we see our “subjective” probabilities as objective.

Following de Finetti, we can also identify the conditions under which subjective probabilities do and should converge limiting relative frequencies. As de Finetti shows,³⁸ the special circumstances under which this happens are those where you regard a sequence of hypotheses as EXCHANGEABLE, in the sense that your probability for truth of some particular t of them and falsity of some other particular f depends only on the numbers t and f , and is independent of which particular t were true, and which particular f false.³⁹ Under the assumption of exchangeability, as $n \rightarrow \infty$ your conditional probability for the $n+1$ 'st hypothesis, given the truth values of the first n ($= t + f$), gets arbitrarily close to the relative frequency $\frac{t}{n}$ of truths among the first n .

³⁷See chapter II of his ‘La prévision’, ses lois logiques, ses sources subjectives’, *Annales de l’Institut Henri Poincaré* 7(1937)1-68. In symbols, $pr(S) = E(\frac{I_1 + \dots + I_n}{n})$ if $pr(S) = pr(S_1) = \dots = pr(S_n)$. Here, I_i is the “indicator” of S_i (the random variable that takes the value 1 where S_i is true, and 0 where S_i is false). Proof is by linearity of E , together with the property $E(I_i) = pr(S_i)$.

³⁸de Finetti, *op. cit.*, chapter 3.

³⁹Thus, with $t + f = 3$ tosses, of which exactly $t = 2$ are heads, the tail is equally likely to turn up first, second or third: $pr(\overline{H}_1 H_2 H_3) = pr(H_1 \overline{H}_2 H_3) = pr(H_1 H_2 \overline{H}_3)$.

Com efeito, como de Finetti mostra, as probabilidades judicativas são sempre equivalentes a certos juízos probabilísticos acerca de frequências, uma vez que a proposição seguinte é uma lei do cálculo de probabilidades:³⁷

A probabilidade atribuída por um agente a uma frase S qualquer = a sua expectativa da frequência relativa de verdades numa qualquer sequência finita $S_1, \dots, S_n$ de frases que ele considere serem equiprováveis a S .

Deste modo, é de esperar que os nossos juízos probabilísticos se adequem aos dados estatísticos: nesse sentido, podemos ver as nossas probabilidades “subjectivas” como objectivas.

Seguindo de Finetti, podemos também identificar as condições de baixo das quais as probabilidades subjectivas devem convergir, e de facto convergem, para os limites de frequências relativas. Como de Finetti mostra,³⁸ as circunstâncias especiais de baixo das quais isto acontece são aquelas nas quais se considera uma sequência de hipóteses como PERMUTÁVEL, no sentido em que as probabilidades que o agente atribui à verdade de algum v particular delas e à falsidade de algum outro f particular dependem apenas dos números v e f , e é independente de qual das v particulares é que é verdadeira e de qual das f particulares é que é falsa.³⁹ Debaixo do pressuposto da permutabilidade, à medida que $n \rightarrow \infty$ a probabilidade condicional do agente para a $n + 1$ -ésima hipótese, dados os valores de verdade do primeiro n ($= v + f$), fica arbitrariamente próxima da frequência relativa $\frac{v}{n}$ de verdades entre o primeiro n .

³⁷Veja-se o capítulo II do seu ‘La prévision, ses lois logiques, ses sources subjectives’, *Annales de l’Institut Henri Poincaré* 7(1937)1-68. Em símbolos, $pr(S) = E(\frac{I_1 + \dots + I_n}{n})$ se $pr(S) = pr(S_1) = \dots = pr(S_n)$. Aqui, I_i é o “indicador” de S_i (a variável aleatória que toma o valor 1 quando S_i é verdadeira, e 0 quando S_i é falsa). A demonstração faz-se por meio da linearidade de E , juntamente com a propriedade $E(I_i) = pr(S_i)$.

³⁸de Finetti, *op. cit.*, capítulo 3.

³⁹Assim, com $v + f = 3$ lançamentos, dos quais exactamente $v = 2$ caras, a coroa tem exactamente a mesma probabilidade de sair em primeiro, segundo ou terceiro lugar: $pr(\overline{H}_1 H_2 H_3) = pr(H_1 \overline{H}_2 H_3) = pr(H_1 H_2 \overline{H}_3)$.

2.1.4 “The result of two updates is independent of order.”

This is true for **CONDITIONING** on two propositions in turn. And in the case of generalized conditioning on two partitions (D, E) it is true as long as the partitions are viewed as independent, i.e., as long as $old(D_i \wedge E_j) = old(D_i)old(E_j)$ whenever D_i is a cell of the D partition and E_j is a cell of the E partition.⁴⁰

But in the absence of independence, order can affect the outcome. The simplest example is also the clearest: Suppose $D = E$, so that there is only one partition. Here the second assignment simply replaces the first, leaving matters as they would have been if the first update had never happened. Then unless the two assignments are identical, the result will depend on the order of updating.⁴¹

2.2 When is Conditioning the Way to Go?

Conditioning is the business of updating your old probabilities by making the new agree with the old, conditionally upon some data statement: $new(H) = old(H|D)$.

Note that ‘ $pr(H|D) = \frac{pr(H \wedge D)}{pr(D)}$ ’ is not “the definition” of conditional probability. There are two reasons for this:

- (1) In idealized examples, $pr(B|A)$ may be defined when $pr(A) = 0$: $pr(\text{The } H_2O \text{ is solid} \mid \text{Its temperature is precisely } \pi^\circ F) = 1$.
- (2) $pr(B|A)$ may be defined when $pr(A \wedge B)$ and $pr(A)$ are not: $pr(\text{head}|\text{tossed}) = \frac{1}{2}$ although $pr(\text{head} \wedge \text{tossed})$ and $pr(\text{tossed})$ are undetermined.

⁴⁰For a more general independence condition, necessary and sufficient for commutativity, see Persi Diaconis and Sandy Zabell, ‘Updating subjective probability, *JASA* 77 (1982), esp. pp. 825-827.

⁴¹In the notation of the previous footnote: if $\mathcal{A}=\mathcal{B}$ and $A = B$, then $pr_{ab}(A) = pr_b(A) = b$ and $pr_{ba}(A) = pr_a(A) = a$. So, unless the second update simply reiterates the first (unless $a = b$), order matters.

2.1.4 “O resultado de duas actualizações é independente da ordem.”

Isto é verdade acerca da CONDICIONALIZAÇÃO de duas proposições, uma de cada vez. E, no caso da condicionalização generalizada sobre duas partições (D, E) , é verdade desde que as partições sejam vistas como sendo independentes, i.e., desde que $velha(D_i \wedge E_j) = velha(D_i)velha(E_j)$ sempre que D_i é uma célula da partição D e E_j é uma célula da partição E .⁴⁰

Mas na ausência de independência, a ordem pode afectar o resultado. O exemplo mais simples é também o mais claro: Suponha-se que $D = E$, de modo que há apenas uma partição. Neste caso, a segunda atribuição limita-se a substituir a primeira, deixando as coisas tal como elas teriam sido se a primeira actualização nunca tivesse ocorrido. Então, a menos que as duas atribuições sejam idênticas, o resultado dependerá da ordem seguida nas actualizações.⁴¹

2.2 Quando é que a Condicionalização é o Caminho a Seguir?

A condicionalização é o processo por meio do qual se actualizam as probabilidades velhas de um agente; este processo realiza-se de forma tal que as novas probabilidades concordem com as velhas, condicionalmente, dado algum enunciado contendo dados: $nova(H) = velha(H|D)$.

Note-se que $pr(H|D) = \frac{pr(H \wedge D)}{pr(D)}$, não é “a definição” de probabilidade condicional. Há duas razões para isto:

(1) Em exemplos idealizados, $pr(B|A)$ pode estar definida quando $pr(A) = 0$: $pr(A \text{ H}_2\text{O está no estado sólido} | A \text{ sua temperatura é precisamente } \pi^\circ F) = 1$.

⁴⁰Para uma condição de independência mais geral, necessária e suficiente para a comutatividade, veja-se Persi Diaconis and Sandy Zabell, ‘Updating subjective probability’, *JASA* **77** (1982), esp. pp. 825-827.

⁴¹Na notação da nota de rodapé anterior: se $\mathcal{A}=\mathcal{B}$ e $A = B$, então $pr_{ab}(A) = pr_b(A) = b$ e $pr_{ba}(A) = pr_a(A) = a$. Assim, a menos que a segunda actualização se limite a reiterar a primeira (a menos que $a = b$), a ordem tem importância.

Conditional and unconditional probability are different functions, of different numbers of arguments, connected by the multiplicative law, $pr(A \wedge B) = pr(A)pr(B|A)$. This equation can be solved for $pr(B|A)$ only if both $pr(A)$ and $pr(A \wedge B)$ are defined, and $pr(A)$ is positive.

Now when can you consistently set $new(H) = old(H|D)$?

NECESSARY CONDITION #1, "CERTAINTY":

If $new(H) = old(H|D)$, then $new(D) = 1$.

Proof. By hypothesis, $new(D) = old(D|D)$, and by the probability calculus, $old(D|D) = 1$.

But certainty is not *sufficient* for conditionalization. Counterexample: A card is drawn at random from a normal 52-card deck, and you see that it is a heart, so that $new(\text{It's a heart}) = 1$. Then also $new(\text{It's red}) = 1$ and $new(\top) = 1$, so that

$$\begin{aligned} old(\text{It's the queen of hearts} \mid \text{It's a heart}) &= \frac{1}{13} \\ old(\text{It's the queen of hearts} \mid \text{It's red}) &= \frac{1}{26} \\ old(\text{It's the queen of hearts} \mid \top) &= \frac{1}{52}. \end{aligned}$$

Certainty cannot be sufficient for conditionalization because it is impossible that

$$new(\text{It's the queen of hearts}) = \frac{1}{13} = \frac{1}{26} = \frac{1}{52}.$$

Taken together with certainty, the following condition is necessary and sufficient for conditioning.⁴²

⁴²For proof of equivalence, see my *Subjective Probability: The Real Thing*, sec. 1.9. Incomplete 2001 prepublication version on <http://www.princeton.edu/~bayesway/>.

(2) $pr(B|A)$ pode estar definida quando $pr(A \wedge B)$ e $pr(A)$ não o estão: $pr(caras|lançamento efectuado) = \frac{1}{2}$ apesar de $pr(caras \wedge lançamento efectuado)$ e $pr(lançamento efectuado)$ serem indeterminadas.

A probabilidade condicional e a probabilidade incondicional são funções diferentes, de números diferentes de argumentos, conectadas pela lei da multiplicação, $pr(A \wedge B) = pr(A)pr(B|A)$. Esta equação pode ser resolvida para $pr(B|A)$ apenas se tanto $pr(A)$ como $pr(A \wedge B)$ tiverem sido definidas e $pr(A)$ for positiva.

Mas será que podemos estabelecer consistentemente que $nova(H) = velha(H|D)$?

CONDIÇÃO NECESSÁRIA #1, “CERTEZA”:

Se $nova(H) = velha(H|D)$, então $nova(D) = 1$.

Demonstração. Por hipótese, $nova(D) = velha(D|D)$, e, pelo cálculo das probabilidades, $velha(D|D) = 1$.

Mas a certeza não é *suficiente* para a condicionalização. Contra-exemplo: Uma carta é extraída ao acaso de um baralho normal de 52 cartas, e pode ver-se que é uma copa, de modo que $nova(\acute{E} \text{ uma copa}) = 1$. Mas então também $nova(\acute{E} \text{ vermelha}) = 1$ e $nova(\top) = 1$, de tal forma que

$$\begin{aligned} velha(\acute{E} \text{ a dama de copas} \mid \acute{E} \text{ uma copa}) &= \frac{1}{13} \\ velha(\acute{E} \text{ a dama de copas} \mid \acute{E} \text{ vermelha}) &= \frac{1}{26} \\ velha(\acute{E} \text{ a dama de copas} \mid \top) &= \frac{1}{52}. \end{aligned}$$

A certeza não pode ser suficiente para a condicionalização porque é impossível que

$$nova(\acute{E} \text{ a dama de copas}) = \frac{1}{13} = \frac{1}{26} = \frac{1}{52}.$$

Tomada em conjunto com a certeza, a seguinte condição é necessária e suficiente para a condicionalização.⁴²

⁴²Para uma demonstração da equivalência, ver o meu *Subjective Probability: The Real Thing*, sec. 1.9. Versão incompleta pré-publicada em 2001 em <http://www.princeton.edu/~bayesway/>.

NECESSARY CONDITION #2, “INVARIANCE”
—in three equivalent versions:

“CONSTANT ODDS”

If B and C each imply D , then $\frac{new(B)}{new(C)} = \frac{old(B)}{old(C)}$.

“CONSTANT PROPORTION”

If B implies D , then $\frac{new(B)}{new(D)} = \frac{old(B)}{old(D)}$.

“RIGIDITY”

For all H , $new(H|D) = old(H|D)$.

One way to ensure that these three hold: Use a “statistician’s stooge” (I. J. Good’s term), i.e., someone you trust to give true yes-or-no answers, with no further information, to questions of form “ D ?”. (In the counterexample, above, D = ‘The card is a heart’.)

2.3 Generalized Conditioning

Here we begin a general treatment of the sort of updating (“probability kinematics”) that was illustrated by the traffic light example in sec. 1.3 above. In general, the thought is that an observation will change your probabilities for the answers to a multiple-choice question from $old(D_1), \dots, old(D_n)$ to $new(D_1), \dots, new(D_n)$. The thought is that you view the D ’s as a partition, i.e., for $pr = old$ and for $pr = new$, you judge that $pr(D_i \wedge D_j) = 0$ if $i \neq j$, and $pr(D_1 \vee \dots \vee D_n) = 1$. In sec. 1.3 the question was ‘What is the color of the light?’, n was 3, and $D_1 = R$, $D_2 = Y$, $D_3 = G$.

In the traffic light example your $new(H)$ was obtained as a weighted average of your old conditional probabilities, $old(H|D_i)$; the weights were your unconditional probabilities $new(D_i)$ for the colors. Their values, $new(D_i) = d_i$, were presumably PROBABILITY PROTOCOLS, arising in direct response to your visual experience.

CONDIÇÃO NECESSÁRIA #2, “INVARIÂNCIA”
– em três versões equivalentes:

“CHANCES CONSTANTES”

Se tanto B como C implicam D , então $\frac{nova(B)}{nova(C)} = \frac{velha(B)}{velha(C)}$.

“PROPORÇÃO CONSTANTE”

Se B implica D , então $\frac{nova(B)}{nova(D)} = \frac{velha(B)}{velha(D)}$.

“RIGIDEZ”

Para todo o H , $nova(H|D) = velha(H|D)$.

Uma forma de se estar seguro de que estas três condições se encontram satisfeitas é usar um “factotum estatístico” (termo de I.J. Good), i.e., alguém em quem se confie para dar respostas verdadeiras sim-ou-não, sem qualquer informação adicional, a questões da forma “ D ?”. (No contra-exemplo acima D = ‘A carta é uma copa’.)

2.3 Condicionização Generalizada

Agora vamos dar início a um tratamento geral do género de actualização (“cinemática de probabilidades”) que foi ilustrada no exemplo do semáforo na sec. 1.3. acima. Em geral, a ideia é a de que uma observação irá modificar as probabilidades do agente para as respostas a uma questão de escolha múltipla de $velha(D_1), \dots, velha(D_n)$ para $nova(D_1), \dots, nova(D_n)$. A ideia é a de que o agente vê os D ’s como uma partição, i.e., para $pr = velha$ e para $pr = nova$, ele formula o juízo que $pr(D_i \wedge D_j) = 0$ se $i \neq j$, e $pr(D_1 \vee \dots \vee D_n) = 1$. Na sec. 1.3. a questão era ‘Qual é a cor exibida pelo semáforo?’, n era 3, e $D_1 = E$, $D_2 = A$, $D_3 = V$.

No exemplo do semáforo, a $nova(H)$ do agente foi obtida como uma média ponderada das probabilidades condicionais velhas do agente, $velha(H|D_i)$; os pesos foram as suas probabilidades incondicionais $nova(D_i)$ para as cores. Os seus valores $nova(D_i) = d_i$, eram presumível-

In general we have the formula

$$\text{PROBABILITY KINEMATICS: } new(H) = \sum_{i=1}^n new(D_i)old(H|D_i) \quad (1)$$

This is equivalent to

$$\text{RIGIDITY: } new(H|D_i) = old(H|D_i) \text{ for all } i \quad (2)$$

and to the conditions of CONSTANT PROPORTION and CONSTANT ODDS noted in the previous section, with ' D_i ' on place of ' D '.

The number by which your old odds on $H:G$ can be multiplied in order to get your new odds is called your 'ODDS FACTOR' or

$$\text{BAYES FACTOR: } \beta(H : G) =_{df} \frac{new(H)/new(G)}{old(H)/old(G)} \quad (3)$$

When $G : H$ is of form $D_i : D_1$, we abbreviate this:⁴³

$$\beta_i =_{df} \beta(D_i : D_1) \quad (4)$$

Now in view of (3) and (4), the following is an identity:

$$new(D_i) = \frac{old(D_i)\beta_i}{\sum_i old(D_i)\beta_i} \quad (5)$$

And in view of (1) and (5), so is the following:

$$new(H) = \frac{\sum_i \beta_i old(H \wedge D_i)}{\sum_i \beta_i old(D_i)} \quad (6)$$

Then updating by factor protocols can always be viewed as a case of probability kinematics, namely, the case where the weights $new(D_i)$ in (1) are not your direct probability protocols, but are computed from factor protocols α_i or β_i . Often, these factor protocols will be those of some other observer, whom you regard as an expert, and whose factor protocols you adopt, and combine, in (5), with your own $old(D_i)$'s to get your $new(D_i)$'s and, then, via (1), your $new(H)$'s.⁴⁴

⁴³The choice of D_1 is arbitrary, i.e., the proportions $\beta_{1j} : \dots : \beta_{nj}$ are the same for all j .

⁴⁴See the end of sec. 2.1 of *Subjective Probability* for A. N. Turing's view of $\log \beta_i$ —what I. J. Good calls 'the weight of evidence'—as a direct protocol. The context was the breaking of the "Enigma" code at Bletchley Park, in World War II.

mente PROTOCOLOS DE PROBABILIDADE, surgidos como resposta directa à experiência visual do agente.

Em geral, temos a fórmula

CINEMÁTICA DAS PROBABILIDADES:

$$nova(H) = \sum_{i=1}^n nova(D_i)velha(H|D_i) \quad (1)$$

Esta é equivalente a

$$RIGIDEZ: \quad nova(H|D_i) = velha(H|D_i) \text{ para todo } i \quad (2)$$

e às condições de PROPORÇÃO CONSTANTE e CHANCES CONSTANTES notadas na secção anterior, com ' D_i ' no lugar de ' D '.

Ao número por meio do qual as chances velhas do agente em $H : G$ podem ser multiplicadas para permitir a obtenção das suas novas chances chama-se o 'FACTOR DE CHANCE' ou

$$FACTOR DE BAYES: \quad \beta(H : G) =_{df} \frac{nova(H)/nova(G)}{velha(H)/velha(G)} \quad (3)$$

Sempre que $H : G$ é da forma $D_i : D_1$, nós abreviamos esta fórmula:⁴³

$$\beta_i =_{df} \beta(D_i : D_1) \quad (4)$$

Tendo (3) e (4) em vista, o que se segue constitui uma identidade:

$$nova(D_i) = \frac{velha(D_i)\beta_i}{\sum_i velha(D_i)\beta_i} \quad (5)$$

E tendo (1) e (5) em vista, o mesmo sucede com o que se segue:

$$nova(H) = \frac{\sum_i \beta_i velha(H \wedge D_i)}{\sum_i \beta_i velha(D_i)} \quad (6)$$

Proceder a actualizações por meio de protocolos-factor pode, então, ser sempre visto como um caso de cinemática de probabilidades, nomeadamente, como o caso no qual os pesos $nova(D_i)$ em (1) não são os protocolos de probabilidade directos do agente, mas são computados a partir de

⁴³A escolha de D_1 é arbitrária, i.e., as proporções $\beta_{1j} : \dots : \beta_{nj}$ são as mesmas para todo o j .

2.4 Collaborative Cognition

2.4.1 Exogenous Factor Protocols⁴⁵

Factor protocols can be better candidates than probability protocols for the role of reports to be pooled, Neurath-style, in the common data base, for the numbers β_i seem to dissect out of the transition $old \mapsto new$ the contribution of the observation itself, leaving the observer's prior probabilities behind.

MEDICAL EXAMPLE. In the light of a histopathologist's factor protocols, you, the clinician, update your prior probability $old(H)$ for your patient's being alive in 5 years. The partition has three cells:

(D_1) Islet cell ca, (D_2) Ductal cell ca, (D_3) Benign tumor.

Here we suppose that the pathologist, having no prior probabilities of her own for the three diagnoses in relation to your patient, sets her $old(D_1) = old(D_2) = old(D_3) = \frac{1}{3}$ arbitrarily, in order to make her Bayes factors easy to compute. (If she has definite priors for the D 's, she had better use them; the arithmetic is no real obstacle.) The key assumption is that, as an expert histopathologist, her Bayes factors in response to microscopic examination of the tissue sample are independent of her priors.

⁴⁵Schwartz, Wolfe, and Pauker, "Pathology and Probabilities: a new approach to interpreting and reporting biopsies", *New England Journal of Medicine* **305** (1981) 917-923. (*Not* their numbers.)

protocolos-factor α_i ou β_i . Com frequência, estes protocolos-factor serão os de algum outro observador, que o agente considera ser um perito e cujos protocolos-factor ele adota, e combina, em (5), com as suas próprias $velha(D_i)$'s para obter as suas $nova(D_i)$'s e, então, via (1), as suas $nova(H)$'s.⁴⁴

2.4 Cognição Colaborativa

2.4.1 Protocolos-Factor Exógenos⁴⁵

Os protocolos-factor podem ser melhores candidatos do que os protocolos de probabilidade para o papel de relatos a serem combinados e usados, ao estilo de Neurath, na base de dados comum, uma vez que os números β_i parecem dissecar a contribuição da própria observação da transição $velha \mapsto nova$, deixando para trás as probabilidades prévias do observador.

EXEMPLO MÉDICO. À luz dos protocolos-factor de um histopatologista, você, o clínico geral, actualiza a sua probabilidade prévia $velha(H)$ de que o seu paciente esteja vivo dentro de 5 anos. A partição tem três células:

(D_1) Célula endócrina cancerosa, (D_2) Célula intestinal cancerosa,
(D_3) Tumor benigno.

Estamos aqui a supor que o patologista, não tendo quaisquer probabilidades prévias da sua autoria para os três diagnósticos em relação com o seu paciente, coloca arbitrariamente as suas $velha(D_1) = velha(D_2) = velha(D_3) = \frac{1}{3}$, por forma a tornar os seus factores de Bayes fáceis de computar. (Se ele tiver probabilidades prévias definidas para os D 's faria bem em usá-las; a aritmética não constitui um verdadeiro obstáculo). O pressuposto chave é o de que, enquanto perito em histopatologia, os seus

⁴⁴Veja-se o final de sec. 2.1 de *Subjective Probability* para apreciar o ponto de vista de A. N. Turing acerca de $\log \beta_i$ – o que I. J. Good chama ‘o peso da evidência’ – como um protocolo directo. O contexto era o da decifração do código “Enigma” em Bletchley Park, durante a II Guerra Mundial.

⁴⁵Schwartz, Wolfe, and Pauker, “Pathology and Probabilities: a new approach to interpreting and reporting biopsies”, *New England Journal of Medicine* 305 (1981) 917-923. (Os números não são deles.)

Now suppose the probabilities and Bayes factors for diagnoses are the following:

	D_1	D_2	D_3			D_1	D_2	D_3
<i>old</i>	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$		$\downarrow$ <i>old</i>	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
<i>new</i>	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$		<i>new</i>	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{6}{9}$
β_{i1}	1	1	2	$\longrightarrow$	$\uparrow \beta_{i1}$	1	1	2
<i>P a t h o l o g i s t</i>					<i>C l i n i c i a n</i>			

As shown above, the pathologist's Bayes factors β_{i1} are:

$\beta_1 = 1$ since the odds between D_1 and itself are necessarily 1,

$\beta_2 = 1$ since, as it happens, $pr(D_2) = pr(D_1)$ for $pr = old$ or $= new$,

$\beta_3 = \frac{(1/2)/(1/4)}{(1/3)/(1/3)} = 2$.

Now you, the clinician, will combine your own old probabilities for the diagnoses with the pathologist's Bayes factors to compute your new probabilities for the diagnoses⁴⁶—and, by probability kinematics, for 5-year survival (H_5).⁴⁷

2.4.2 Factor updating twice on a single partition is always commutative.

MEDICAL EXAMPLE, CONTINUED. Adopting a pathologist's factor protocols $\beta_1, \dots, \beta_n$ as your own, you update your old probabilities on the diagnoses to new probabilities, $old \xrightarrow{\beta} new$. But let us write *old* as P and *new* as P_β , so that the provenance of a probability assignment can be read off its name: $P \xrightarrow{\beta} P_\beta$.

⁴⁶E.g., for the diagnosis D_3 that the tumor is benign, you can apply formula (5) to get the result $new(D_3) = \frac{(1/2)(2)}{(1/6)(1) + (1/3)(1) + (1/2)(2)} = \frac{6}{9}$, as in the table.

⁴⁷E.g., if your $old(H_5|D_i) = .5, .6, .9$ for $i = 1, 2, 3$, formula (1) yields $new(H_5) \approx .80$, whereas, using your $old(D_i)$'s instead of your $new(D_i)$'s, your $old(H_5) \approx .50$.

factores de Bayes, originados em consequência do exame microscópico da amostra de tecido, são independentes das suas probabilidades prévias.

Suponhamos agora que as probabilidades e factores de Bayes para os diagnósticos são os seguintes:

	D_1	D_2	D_3		D_1	D_2	D_3
<i>velha</i>	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\downarrow$ <i>velha</i>	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
<i>nova</i>	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	<i>nova</i>	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{6}{9}$
β_{i1}	1	1	2	$\longrightarrow$ $\uparrow \beta_{i1}$	1	1	2
<i>P a t o l o g i s t a</i>					<i>C l í n i c o G e r a l</i>		

Como foi mostrado acima, os factores de Bayes β_{i1} do patologista são:

$\beta_1 = 1$ uma vez que as chances entre D_1 e ela própria são necessariamente 1,

$\beta_2 = 1$ uma vez que, como sucede, $pr(D_2) = pr(D_1)$ para $pr = \textit{velha}$ ou $= \textit{nova}$, $\beta_3 = \frac{(1/2)/(1/4)}{(1/3)/(1/3)} = 2$.

Agora você, o clínico geral, irá combinar as suas probabilidades velhas para os diagnósticos com os factores de Bayes do patologista para computar as suas probabilidades novas para os diagnósticos⁴⁶ – e, por cinemática de probabilidades, para a sobrevivência de 5 anos (H_5).⁴⁷

2.4.2 Actualizar factores duas vezes dada uma partição simples é sempre uma operação comutativa.

EXEMPLO MÉDICO, CONTINUADO. Adoptando os protocolos-factor de um patologista $\beta_1, \dots, \beta_n$ como os seus, você actualiza as suas probabilidades velhas, dados os diagnósticos, para probabilidades novas, $\textit{velha} \xrightarrow{\beta} \textit{nova}$. Mas escrevamos *velha* como P e *nova* como P_β , de tal modo que a proveniência de uma atribuição de probabilidade possa ser lida directamente a partir da sua designação: $P \xrightarrow{\beta} P_\beta$.

⁴⁶E.g., para o diagnóstico D_3 de que o tumor é benigno, pode aplicar a fórmula (5) para obter o resultado $\textit{nova}(D_3) = \frac{(1/2)(2)}{(1/6)(1)+(1/3)(1)+(1/2)(2)} = \frac{6}{9}$, como na tabela.

⁴⁷E.g., se a sua $\textit{velha}(H_5|D_i) = 0,5, 0,6, 0,9$ para $i = 1, 2, 3$, a fórmula (1) dá $\textit{nova}(H_5) \approx 0,80$, enquanto que, se usar as suas $\textit{velha}(D_i)$ em vez das suas $\textit{nova}(D_i)$'s, a sua $\textit{velha}(H_5) \approx 0,50$.

Here, by 2.3(5), $P_\beta(D_i) = \frac{P(D_i)\beta_i}{\sum_i P(D_i)\beta_i}$.

You have also received factor protocols $\beta'_1, \dots, \beta'_n$ for the same diagnoses from another sort of expert—say, a radiologist. Adopting those, you now update the $P_\beta(D_i)$'s: $P \xrightarrow{\beta} P_\beta \xrightarrow{\beta'} P_{\beta,\beta'}$. It turns out that

$$P_{\beta,\beta'}(D_i) = \frac{P(D_i)\beta_i\beta'_i}{\sum_i P(D_i)\beta_i\beta'_i}$$

$$\begin{aligned} \text{Proof, via (5): } P_{\beta,\beta'}(D_i) &= \frac{P_\beta(D_i)\beta'_i}{\sum_i P_\beta(D_i)\beta'_i} = \frac{\frac{\sum_i P(D_i)\beta_i\beta'_i}{\sum_i P(D_i)\beta_i} \beta'_i}{\sum_i \left(\frac{\sum_i P(D_i)\beta_i\beta'_i}{\sum_i P(D_i)\beta_i} \beta'_i \right)} = \\ &= \frac{P(D_i)\beta_i\beta'_i}{\sum_i P(D_i)\beta_i\beta'_i}. \end{aligned}$$

Here you have adopted the experts' protocols in the order $P \xrightarrow{\beta} P_\beta \xrightarrow{\beta'} P_{\beta,\beta'}$, where β represents the pathologist's protocols and β' the radiologist's. But if you had adopted them in the other order, $P \xrightarrow{\beta'} P_{\beta'} \xrightarrow{\beta} P_{\beta',\beta}$, first using the radiologist's β' 's to update your $P(D_i)$'s to new values $P_{\beta'}(D_i) = \frac{P(D_i)\beta'_i}{\sum_i P(D_i)\beta'_i}$ and only then using the pathologist's β 's to update the $P_{\beta'}(D_i)$'s to new values $P_{\beta',\beta}(D_i)$, the result would have been the same:

$$P_{\beta',\beta} = \frac{P(D_i)\beta_i\beta'_i}{\sum_i P(D_i)\beta_i\beta'_i}$$

Proof: In the previous paragraph, interchange β 's and β' 's.

Then $P_{\beta,\beta'} = P_{\beta',\beta}$. And, evidently, it would have been the same if you had updated in a single step, using the product protocols $(\beta \times \beta')_i =_{df} \beta_i\beta'_i$:

$$P \xrightarrow{\beta \times \beta'} P_{\beta \times \beta'} = P_{\beta' \times \beta}$$

Então, por 2.3(5), $P_\beta(D_i) = \frac{P(D_i)\beta_i}{\sum_i P(D_i)\beta_i}$.

Você também recebeu protocolos-factor $\beta'_1, \dots, \beta'_n$ para os mesmos diagnósticos de um outro tipo de perito – digamos, um radiologista. Adoptando estes últimos, pode agora actualizar os $P_\beta(D_i)$: $P \xrightarrow{\beta} P_\beta \xrightarrow{\beta'} P_{\beta, \beta'}$. O que se obtém é:

$$P_{\beta, \beta'}(D_i) = \frac{P(D_i)\beta_i\beta'_i}{\sum_i P(D_i)\beta_i\beta'_i}$$

$$\begin{aligned} \text{Demonstração, via (5): } P_{\beta, \beta'}(D_i) &= \frac{P_\beta(D_i)\beta'_i}{\sum_i P_\beta(D_i)\beta'_i} = \frac{\frac{P(D_i)\beta_i}{\sum_i P(D_i)\beta_i} \beta'_i}{\sum_i \left(\frac{P(D_i)\beta_i}{\sum_i P(D_i)\beta_i} \beta'_i \right)} = \\ &= \frac{P(D_i)\beta_i\beta'_i}{\sum_i P(D_i)\beta_i\beta'_i}. \end{aligned}$$

Aqui você adoptou os protocolos dos peritos na ordem $P \xrightarrow{\beta} P_\beta \xrightarrow{\beta'} P_{\beta, \beta'}$, na qual β representa os protocolos do patologista e β' os do radiologista. Mas se os tivesse adoptado na outra ordem, $P \xrightarrow{\beta'} P_{\beta'} \xrightarrow{\beta} P_{\beta', \beta}$, usando primeiro os β' 's do radiologista para actualizar as suas $P(D_i)$'s para novos valores $P_{\beta'}(D_i) = \frac{P(D_i)\beta'_i}{\sum_i P(D_i)\beta'_i}$ e apenas em seguida usando os β 's do patologista para actualizar as $P_{\beta'}(D_i)$'s para novos valores $P_{\beta', \beta}(D_i)$, o resultado teria sido o mesmo:

$$P_{\beta', \beta} = \frac{P(D_i)\beta_i\beta'_i}{\sum_i P(D_i)\beta_i\beta'_i}$$

Demonstração: Regresse ao parágrafo anterior e troque β 's por β' 's.

Então $P_{\beta, \beta'} = P_{\beta', \beta}$. E, evidentemente, teria sido a mesma coisa se tivesse procedido à actualização num único passo, usando os protocolos-produto $(\beta \times \beta')_i =_{df} \beta_i\beta'_i$:

$$P \xrightarrow{\beta \times \beta'} P_{\beta \times \beta'} = P_{\beta' \times \beta}$$

2.4.3 Factor updating on different partitions is always commutative.

We prove this by comparing the results of updating $P(H)$ successively on crosscutting partitions $\{D_i\}$ (via factors δ_i) and $\{E_j\}$ (via factors ϵ_j), in different orders:

$$(1) P \xrightarrow{\delta} P_\delta \xrightarrow{\epsilon} P_{\delta,\epsilon}, \quad (2) P \xrightarrow{\epsilon} P_\epsilon \xrightarrow{\delta} P_{\epsilon,\delta}.$$

We assume that the rigidity conditions hold (1) for the D_i 's and (2) for the E_j 's, so that by 2.3(6) we have

$$(1a) P_\delta(X) = \frac{\sum_i \delta_i P(X \wedge D_i)}{\sum_i \delta_i P(D_i)}, \quad (2a) P_{\delta,\epsilon}(X) = \frac{\sum_j \epsilon_j P_\delta(X \wedge E_j)}{\sum_j \epsilon_j P_\delta(E_j)},$$

$$(1b) P_\epsilon(X) = \frac{\sum_j \epsilon_j P(X \wedge E_j)}{\sum_j \epsilon_j P(E_j)}, \quad (2b) P_{\epsilon,\delta}(X) = \frac{\sum_i \delta_i P_\epsilon(X \wedge D_i)}{\sum_i \delta_i P_\epsilon(D_i)}.$$

By (2a) and two applications of (1a),

$$P_{\delta,\epsilon}(H) = \frac{\sum_j \epsilon_j \frac{\sum_i \delta_i P(H \wedge E_j \wedge D_i)}{\sum_i \delta_i P(D_i)}}{\sum_j \epsilon_j \frac{\sum_i \delta_i P(E_j \wedge D_i)}{\sum_i \delta_i P(D_i)}} = \frac{\sum_{i,j} \delta_i \epsilon_j P(H \wedge D_i \wedge E_j)}{\sum_{i,j} \delta_i \epsilon_j P(D_i \wedge E_j)}.$$

Similarly, by (2b) and two applications of (1b),

$$P_{\epsilon,\delta}(H) = \frac{\sum_i \delta_i \frac{\sum_j \epsilon_j P(H \wedge D_i \wedge E_j)}{\sum_j \epsilon_j P(E_j)}}{\sum_i \delta_i \frac{\sum_j \epsilon_j P(D_i \wedge E_j)}{\sum_j \epsilon_j P(E_j)}} = \frac{\sum_{i,j} \delta_i \epsilon_j P(H \wedge D_i \wedge E_j)}{\sum_{i,j} \delta_i \epsilon_j P(D_i \wedge E_j)}.$$

Then $P_{\delta,\epsilon}(H) = P_{\epsilon,\delta}(H)$: Factor updating on two partitions is always commutative.

This can be proved along the same lines for any finite number of partitions.

2.4.4 Skepticism

Neurath's protocols (sec. 1.4.5) were imperfectly reliable unprobabilistic statements, in need of screening and revision. But the same goes for probability protocols, and factor protocols.

2.4.3 Actualizar factores dadas partições diferentes é uma operação que é sempre comutativa.

Demonstramos isto seccionando partições $\{D_i\}$ (via factores δ_i) e $\{E_j\}$ (via factores ϵ_j) e procedendo a uma comparação dos resultados da actualização de $P(H)$ dadas cada uma destas secções; estes resultados foram obtidos de acordo com diferentes ordens:

$$(1) P \xrightarrow{\delta} P_\delta \xrightarrow{\epsilon} P_{\delta,\epsilon}, \quad (2) P \xrightarrow{\epsilon} P_\epsilon \xrightarrow{\delta} P_{\epsilon,\delta}.$$

Pressupomos que as condições de rigidez estão satisfeitas em (1) pelos D_i 's e em (2) pelos E_j 's, de tal modo que por 2.3.(6) temos

$$(1a) P_\delta(X) = \frac{\sum_i \delta_i P(X \wedge D_i)}{\sum_i \delta_i P(D_i)}, \quad (2a) P_{\delta,\epsilon}(X) = \frac{\sum_j \epsilon_j P_\delta(X \wedge E_j)}{\sum_j \epsilon_j P_\delta(E_j)},$$

$$(1b) P_\epsilon(X) = \frac{\sum_j \epsilon_j P(X \wedge E_j)}{\sum_j \epsilon_j P(E_j)}, \quad (2b) P_{\epsilon,\delta}(X) = \frac{\sum_i \delta_i P_\epsilon(X \wedge D_i)}{\sum_i \delta_i P_\epsilon(D_i)}.$$

Por (2a) e duas aplicações de (1a),

$$P_{\delta,\epsilon}(H) = \frac{\sum_j \epsilon_j \frac{\sum_i \delta_i P(H \wedge E_j \wedge D_i)}{\sum_i \delta_i P(D_i)}}{\sum_j \epsilon_j \frac{\sum_i \delta_i P(E_j \wedge D_i)}{\sum_i \delta_i P(D_i)}} = \frac{\sum_{i,j} \delta_i \epsilon_j P(H \wedge D_i \wedge E_j)}{\sum_{i,j} \delta_i \epsilon_j P(D_i \wedge E_j)}.$$

De modo similar, por (2b) e duas aplicações de (1b),

$$P_{\epsilon,\delta}(H) = \frac{\sum_i \delta_i \frac{\sum_j \epsilon_j P(H \wedge D_i \wedge E_j)}{\sum_j \epsilon_j P(E_j)}}{\sum_i \delta_i \frac{\sum_j \epsilon_j P(D_i \wedge E_j)}{\sum_j \epsilon_j P(E_j)}} = \frac{\sum_{i,j} \delta_i \epsilon_j P(H \wedge D_i \wedge E_j)}{\sum_{i,j} \delta_i \epsilon_j P(D_i \wedge E_j)}.$$

Então $P_{\delta,\epsilon}(H) = P_{\epsilon,\delta}(H)$: actualizar factores dadas duas partições é sempre uma operação comutativa.

Isto pode ser demonstrado seguindo os mesmos princípios para qualquer número finito de partições.

2.4.4 Cepticismo

Os protocolos de Neurath (sec. 1.4.5) eram declarações não probabilísticas não completamente fiáveis, que precisavam de ser controladas

It is only in rather special circumstances that you would be well advised to simply adopt someone else's probability protocols as your own. The problem is that other observers' $new(D_i)$'s will be determined by their prior judgments as well as by the sensory inputs they see themselves as reporting. To adopt such protocols is to some extent to substitute other prior judgments for your own.

Factor protocols are meant to avoid that problem. In dividing the new odds by the old, the effects of the observer's prior judgments are presumably factored out, so that the result is something like a purely experiential report—a kind of Empiricism Lite. But still, factor protocols must be scrutinized, and sometimes modified or rejected.⁴⁸

EXAMPLE: DOUBLE BILLING? When you adopt the pathologist's factor protocols 1,1,2 in sec. 2.4.1 you update your old probability for benign tumor to $new(D_3) = \frac{2}{3}$. Now suppose you ask for a second opinion, and get 1,1,2 again. A simple soul would update $\frac{2}{3}$ further, to $\frac{(6/9)(2)}{(1/9)1+(2/9)1+(6/9)2} = \frac{4}{5}$. But

(a) if you take the second 1,1,2 to represent the independent opinion of a second pathologist you might not update beyond $\frac{2}{3}$, for you might take the second opinion to merely endorse the first. (Together, they say: '1,2,2 *a fortiori*.') Alternatively,

(b) the neatness and identity of the two reports might lead you to think that no observations had been made, and reject both reports as factitious.

Moral: Ultimately, it is your own protocols that you update on. ('Though we sit in the seats of the mighty, we must sit on our own behind.'⁴⁹) You need not adopt expert protocols. You may well modify them in the light of your own judgment:

⁴⁸Daniel Garber, "Field and Jeffrey Conditionalization", *Philosophy of Science* 47(1980)142-5.

⁴⁹'Et au plus élevé trône du monde, si ne sommes assis que sur notre cul.' (Montaigne, 'On Experience')

e revistas. Mas o mesmo se aplica aos protocolos de probabilidade e aos protocolos-factor.

Só em circunstâncias muito especiais é que adoptar sem mais como nossos os protocolos de probabilidade de outrem seria um procedimento avisado. O problema consiste em que as *nova*(D_i)'s de outros observadores serão tanto determinadas pelos seus juízos prévios como pelas impressões sensoriais que eles se vêem a si mesmos a relatar. Adoptar tais protocolos é, em certa medida, substituir os juízos prévios próprios pelos de outrem.

A intenção subjacente aos protocolos-factor é evitar este problema. Ao dividir as chances novas pelas velhas, os efeitos dos juízos prévios do observador ficam presumivelmente diluídos, de tal modo que o resultado é algo como um relato experiencial puro – uma espécie de Empirismo Leve. Mas, seja como for, os protocolos-factor precisam de ser escrutinados e, por vezes, modificados ou rejeitados.⁴⁸

EXEMPLO: DUPLICAÇÃO? Se você adoptar os protocolos-factor do patologista 1,1,2 mencionados na sec. 2.4.1 você irá actualizar a sua probabilidade velha para tumor benigno para $nova(D_3) = \frac{2}{3}$. Suponha agora que pede uma segunda opinião e volta a obter 1,1,2. Uma alma simples iria reactualizar $\frac{(6/9)(2)}{(1/9)1 + (2/9)1 + (6/9)2} = \frac{4}{5}$. Mas,

(a) se tomar o segundo 1,1,2 como representando a opinião independente de um segundo patologista, você talvez já não actualize para além de $\frac{2}{3}$, pois pode tomar a segunda opinião como sendo meramente uma confirmação da primeira. (Juntas, elas dizem: '1,2,2 *a fortiori*.') Alternativamente,

(b) a clareza e identidade dos dois relatórios poderiam levá-lo a pensar que nenhuma observação tinham sido feitas e a rejeitar ambos os relatórios como artificiosos.

Moral: Em última análise, são sempre os seus próprios protocolos que você actualiza. ("Mesmo quando nos sentamos nos tronos dos poderosos, é sempre sobre o nosso próprio rabo que temos que nos sentar."⁴⁹)

⁴⁸Daniel Garber, "Field and Jeffrey Conditionalization", *Philosophy of Science* 47(1980)142-5.

⁴⁹'Et au plus élevé trône du monde, si ne sommes assis que sur notre cul.' (Montaigne, 'On Experience')

$$(a) \text{ old } \xrightarrow{\beta} \text{ new } \xrightarrow{1} \text{ new} \qquad (b) \text{ old } \xrightarrow{\beta} \text{ new } \xrightarrow{\beta^{-1}} \text{ old}$$

And this is typical: For the most part, you will factor-update twice on the same partition only (a) trivially, or (b) to undo a mistake. The reason is that even when the protocols come from observers with different sorts of expertise—say, histopathology and diagnostic radiology—you will see them as positively correlated to the extent that you see them as reliable.

2.4.5 Factor updating on independent partitions

On the other hand, if you accept exogenous sets of factor protocols on crosscutting partitions that you see as independent, you may well update successively on both.

EXAMPLE. The two partitions contain diagnoses D_i regarding cancer and E_j regarding heart disease for your patient. You receive Bayes factors δ_i for the D_i 's from an oncologist (o), and Bayes factors ϵ_j for the E_j 's from a cardiologist (c):

$$\frac{\text{new}_o(D_i)}{\text{new}_o(D_1)} / \frac{\text{old}_o(D_i)}{\text{old}_o(D_1)} = \delta_i, \quad \frac{\text{new}_c(E_j)}{\text{new}_c(E_1)} / \frac{\text{old}_c(E_j)}{\text{old}_c(E_1)} = \epsilon_j.$$

You are a clinician, wishing to provide your patient with informed probability judgments for s -year survival (H_s) for $s = 1, 5$, etc. in the light of these experts' opinions and your own prior probability assignment, *old*. If you initially judge the two diagnostic partitions to be independent, you may well choose to adopt both sets of Bayes factors, in either order—say, δ, ϵ :

$$\text{old}(H_5) \xrightarrow{\delta} \text{old}_\delta(H_5) \xrightarrow{\epsilon} \text{old}_{\beta, \beta'}(H_5). \quad (1)$$

Note the rôle played by your original judgment of independence, $\text{old}(D_i \wedge E_j) = \text{old}(D_i)\text{old}(E_j)$. In updating by probability protocols, it is this substantive judgment that guarantees commutativity. But here, where updating is by factor protocols, the rôle of your judgment of independence is to assure you that their automatic commutativity is indeed what you want: See (a) and (b) below.

Você não tem que adoptar os protocolos dos peritos. Pode perfeitamente modificá-los à luz do seu próprio juízo:

$$(a) \text{velha} \xrightarrow{\beta} \text{nova} \xrightarrow{1} \text{nova} \qquad (b) \text{velha} \xrightarrow{\beta} \text{nova} \xrightarrow{\beta^{-1}} \text{velha}$$

E isto é típico: Na maior parte das vezes, só (a) trivialmente ou (b) para desfazer um erro é que o agente actualiza duas vezes os factores dada a mesma partição. A razão é a de que, mesmo quando os protocolos têm origem em observadores com diferentes tipos de perícia – digamos, em histopatologia e em diagnóstico radiológico – eles só irão ser encarados pelo agente como estando correlacionados positivamente na medida em que ele os considera como fiáveis.

2.4.5 Actualização de factores dadas partições independentes

Por outro lado, se você aceitar conjuntos exógenos de protocolos-factor dadas secções de partições que você considera como independentes, então pode perfeitamente actualizar consecutivamente em ambas as secções.

EXEMPLO. As duas partições contêm os diagnósticos D_i respeitante a cancro e E_j respeitante a doença cardíaca para o seu paciente. Você recebe factores de Bayes δ_i para os D_i 's de um oncologista (o), e factores de Bayes ϵ_j para os E_j 's de um cardiologista (c):

$$\frac{\text{nova}_o(D_i)}{\text{nova}_o(D_1)} / \frac{\text{velha}_o(D_i)}{\text{velha}_o(D_1)} = \delta_i, \qquad \frac{\text{nova}_c(E_j)}{\text{nova}_c(E_1)} / \frac{\text{velha}_c(E_j)}{\text{velha}_c(E_1)} = \epsilon_j.$$

Você é um clínico geral que deseja fornecer ao seu paciente juízos de probabilidade informados para uma sobrevida (H_s) de s -anos para $s = 1, 5$, etc. formulados à luz das opiniões destes peritos e da sua própria atribuição de probabilidade prévia, *velha*. Se inicialmente formular o juízo que as duas partições de diagnóstico são independentes, pode perfeitamente escolher adoptar ambos os conjuntos de factores de Bayes, em qualquer ordem – digamos, δ, ϵ :

$$\text{velha}(H_5) \xrightarrow{\delta} \text{velha}_\delta(H_5) \xrightarrow{\epsilon} \text{velha}_{\delta, \epsilon}(H_5). \quad (1)$$

Repare no papel desempenhado pelo seu juízo original de independência, $\text{velha}(D_i \wedge E_j) = \text{velha}(D_i)\text{velha}(E_j)$. Ao actualizar por

(a) Updating on Bayes factors δ_i, ϵ_j as in (1) has the same effect as updating on probabilities d_i, e_j as follows,

$$old(H_5) \xrightarrow{d} old_\delta(H_5) \xrightarrow{e} old_{\delta, \epsilon}(H_5), \quad (2)$$

where, by 2.3(5), $d_i = \frac{old(D_i)\delta_i}{\sum_i old(D_i)\delta_i}$ and $e_j = \frac{old_\delta(E_j)\epsilon_j}{\sum_j old_\delta(E_j)\epsilon_j}$. Now by 2.3(6), $\epsilon_j = \frac{\sum_i \delta_i old(E_j \wedge D_i)}{\sum_i \delta_i old(D_i)}$. Given your judgment that the D 's and E 's are independent, this = $\frac{\sum_i \delta_i old(E_j) old(D_i)}{\sum_i \delta_i old(D_i)} = old(E_j)$, so that the probabilities d, e in (2) are

$$d_i = \frac{old(D_i)\delta_i}{\sum_i old(D_i)\delta_i}, \quad e_j = \frac{old(E_j)\epsilon_j}{\sum_j old(E_j)\epsilon_j} \quad (3)$$

(b) If we factor-update in the other order,

$$old(H_5) \xrightarrow{\epsilon} old_\epsilon(H_5) \xrightarrow{\delta} old_{\epsilon, \delta}(H_5), \quad (4)$$

the probability-updates that yield the same results are of form

$$old(H_5) \xrightarrow{e'} old_\epsilon(H_5) \xrightarrow{d'} old_{\epsilon, \delta}(H_5), \quad (5)$$

where by 2.3(5), $e'_j = \frac{old(E_j)\delta_j}{\sum_j old(E_j)\delta_j} = e_j$ and $d'_i = \frac{old_\epsilon(D_i)\delta_i}{\sum_i old_\epsilon(D_i)\delta_i}$, which, by 2.3(6) and your judgment of independence, = d_i .

Then your judgment $old(D_i \wedge E_j) = old(D_i)old(E_j)$ ensures that the automatic commutativity in updating by factor assignments δ, ϵ to partitions D, E corresponds to updating by probability assignments d, e to those same partitions—probability assignments whose commutativity is not an automatic result of the formalism, but reflects a substantial judgment on your part.

protocolos de probabilidade, é este juízo substantivo que garante a comutatividade. Mas neste caso, em que a actualização é efectuada por protocolos-factor, o papel do seu juízo de independência é o de lhe assegurar que a sua comutatividade automática é, de facto, o que você pretende: Veja (a) e (b) abaixo.

(a) Actualizar dados os factores de Bayes δ_i, ϵ_j como em (1) tem o mesmo efeito que actualizar dadas as probabilidades d_i, e_j como se segue,

$$velha(H_5) \xrightarrow{d} velha_\delta(H_5) \xrightarrow{e} velha_{\delta, \epsilon}(H_5), \quad (2)$$

onde, por 2.3(5), $d_i = \frac{velha(D_i)\delta_i}{\sum_i velha(D_i)\delta_i}$ e $e_j = \frac{velha_\delta(E_j)\epsilon_j}{\sum_j velha_\delta(E_j)\epsilon_j}$. Ora, por 2.3(6), $\epsilon_j = \frac{\sum_i \delta_i velha(E_j \wedge D_i)}{\sum_i \delta_i velha(D_i)}$. Dado o seu juízo de que os D 's e E 's são independentes, isto $= \frac{\sum_i \delta_i velha(E_j)velha(D_i)}{\sum_i \delta_i velha(D_i)} = velha(E_j)$, de tal forma que as probabilidades d, e em (2) são

$$d_i = \frac{velha(D_i)\delta_i}{\sum_i velha(D_i)\delta_i}, \quad e_j = \frac{velha(E_j)\epsilon_j}{\sum_j velha(E_j)\epsilon_j} \quad (3)$$

(b) Se actualizarmos os factores na outra ordem,,

$$velha(H_5) \xrightarrow{\epsilon} velha_\epsilon(H_5) \xrightarrow{\delta} velha_{\epsilon, \delta}(H_5), \quad (4)$$

as actualizações de probabilidade que dão os mesmos resultados são da forma

$$velha(H_5) \xrightarrow{e'} velha_\epsilon(H_5) \xrightarrow{d'} velha_{\epsilon, \delta}(H_5), \quad (5)$$

onde por 2.3(5), $e'_j = \frac{velha(E_j)\delta_j}{\sum_j velha(E_j)\delta_j} = e_j$ e $d'_i = \frac{velha_\epsilon(D_i)\delta_i}{\sum_i velha_\epsilon(D_i)\delta_i}$, a qual, por 2.3(6) e o seu juízo de independência, $= d_i$.

Então, o seu juízo $velha(D_i \wedge E_j) = velha(D_i)velha(E_j)$ assegura que a comutatividade automática na actualização por atribuições de factores δ, ϵ a partições D, E corresponde à actualização por atribuições de probabilidade d, e a essas mesmas partições – atribuições de probabilidade cuja comutatividade não é um resultado automático do formalismo, mas reflecte um juízo substancial da sua parte.

2.5 Appendix: Notes on Heavy Radical Probabilism

2.5.1 Beyond Generalized Conditioning

Where the invariance conditions are not satisfied by your upcoming observation, generalized conditioning is no way to go. But there may be other moves you can make:

(1) *The Problem of New Explanation* ("Old Evidence."⁵⁰). Here, seemingly, $P(H|evidence) = P(H)$. Example: Einstein's discovery that the already well known anomalous advance in the perihelion of Mercury was explicable by the GTR. A sometimes applicable solution is "probability reparation."⁵¹

(2) *Temporal Coherence*,⁵² *Reflection*,⁵³ *Condition M*.⁵⁴ These say: "Current probability judgments are current expectations of future probability judgments." This condition holds wherever invariance holds for an observable partition.

(3) *Beyond Temporal Coherence: Expected Irrationality*. Arriving at the party, you give your car keys to a friend to hold until you are home—because you expect that later in the evening it will be your drunken wish to drive home. This wise choice violates (2) above. (So does probability reparation.)

⁵⁰Clark Glymour, *Theory and Evidence* (1980), chapter 3.

⁵¹For an elementary exposition and further references, see my *Subjective Probability*, sec. 2.10, 2.11(8), on <http://www.princeton.edu/~bayesway/>. See also Carl Wagner, "Old evidence and new explanation III" (forthcoming), which reviews and extends his "Old evidence and new explanation I" and "...II" in *Philosophy of Science* **64** (1997) 677-691 and **66** (1999) 283-288.

⁵²Michael Goldstein: *The Prevision of a Prevision* *JASA* **78** (1983) 231-248. "Prior Inferences for Posterior Judgments", *Structures and Norms in Science*, ed. Maria Luisa Dalla Chiara *et al.* (1997) 55-72.

⁵³Bas van Fraassen: "Belief and the Will", *J. Phil.* **81** (1984) 235-256.

⁵⁴Brian Skyrms, *The Dynamics of Rational Deliberation* (Harvard, 1990).

2.5 Apêndice: Notas acerca do Probabilismo Radical Pesado

2.5.1 Para além da Condicionalização Generalizada

Onde as condições de invariância não se encontram satisfeitas pela observação do agente até ao momento, a condicionalização generalizada não é de todo um caminho a seguir. Mas pode haver outras coisas que o agente pode fazer:

(1) *O Problema da Nova Explicação* (“Evidência Velha.”⁵⁰). Aqui, aparentemente, $P(H|evidência) = P(H)$. Exemplo: a descoberta de Einstein de que o, já na altura, bem conhecido avanço anómalo no periélio de Mercúrio era explicável pela TGR. Uma solução por vezes aplicável é a da “reparação de probabilidade.”⁵¹

(2) *Coerência Temporal*,⁵² *Reflexão*,⁵³ *Condição M*.⁵⁴ Estas dizem: “Os juízos de probabilidade presentes são expectativas presentes de juízos de probabilidade futuros.” Esta condição encontra-se satisfeita sempre que a invariância se encontrar satisfeita para uma partição observável.

(3) *Para Além da Coerência Temporal: Irracionalidade Esperada*. Quando chegas à festa entregas as chaves do teu carro a um amigo para que ele as guarde até tu estares em casa – porque tens a expectativa de que quando a noite estiver mais adiantada terás o desejo embriagado de conduzir de volta para casa. Esta escolha sensata viola (2) acima. (Assim como também a reparação de probabilidade o faz.)

⁵⁰Clark Glymour, *Theory and Evidence* (1980), capítulo 3.

⁵¹Para uma explicação mais elementar e referências, veja-se o meu *Subjective Probability*, sec. 2.10, 2.11(8), em <http://www.princeton.edu/~bayesway/>. Veja-se também Carl Wagner, “Old evidence and new explanation III” (no prelo), o qual revê e amplia o seu “Old evidence and new explanation I” e “. . . II” em *Philosophy of Science* 64 (1997) 677-691 e 66 (1999) 283-288.

⁵²Michael Goldstein: *The Prevision of a Prevision JASA* 78 (1983) 231-248. “Prior Inferences for Posterior Judgments”, *Structures and Norms in Science*, ed. Maria Luisa dalla Chiara *et al.* (1997) 55-72.

⁵³Bas van Fraassen: “Belief and the Will”, *J. Phil.* 81 (1984) 235-256.

⁵⁴Brian Skyrms, *The Dynamics of Rational Deliberation* (Harvard, 1990).

2.5.2 Gappy Probabilities; Fine Points for Mavens

It's OK to have gappy probability assignments—e.g., because...

(1) In updating *old*→*new* by probability kinematics, you make no use of the prior *old*(D_i)'s, which can therefore be undefined.

(2) In evaluating your desirability for an act, i.e., your conditional expectation of utility given the act, you make no use of the prior probability of the act—which is best left undefined.

Spohn⁵⁵ and Levi are troubled by this.⁵⁶ Thus, Spohn observes that

$$pr(A) = \frac{pr(B) - pr(B|\bar{A})}{pr(B|A) - pr(B|\bar{A})} \text{ if } pr(B|A) \neq pr(B|\bar{A}),$$

so that if B (a state of nature) is not *pr*-independent of A (an act), and $pr(B|A)$ and $pr(B|\bar{A})$ are both defined, then $pr(B)$ must be undefined if $pr(A)$ is. They seem to view this as a *reductio ad absurdum* of the idea that you can intelligibly have subjective probabilities for propositions you see as within your power to make true or false.

(3) Your judgment $pr(A \wedge B) = pr(A)pr(B)$ of independence makes sense even when you have no P values in mind.

(4) At an early stage of deliberation, old and new probabilities may be “entangled” in the sense that you take the invariance conditions $new(H|D_i) = old(H|D_i)$ to hold for all H and i , but have not yet set numerical values $new(H|D_i) = old(H|D_i) = c_i$. Setting them disentangles *new* and *old*, for you then have separate conditions, $old(H|D_i) = c_i$ and $new(H|D_i) = c_i$, from which the invariance conditions follow.

⁵⁵Wolfgang Spohn, ‘Where Luce and Krantz do Really Generalize Savage’s Decision Model’, *Erkenntnis* 11 (1977) 114-116.

⁵⁶Isaac Levi, *The Covenant of Reason* (1997) 73-83.

2.5.2 Probabilidades com Hiato; Boas Questões para Especialistas

Não há problemas em ter atribuições de probabilidade com hiato – porque, e.g.,...

(1) Ao actualizar *velha* $\longrightarrow$ *nova* por intermédio de cinemática de probabilidades, o agente não faz qualquer uso das probabilidades prévias *velha*(D_i)’s as quais podem portanto ser indefinidas.

(2) Ao avaliar a desiderabilidade que um acto tem para si, i.e., a sua expectativa condicional de utilidade dado o acto, o agente não faz qualquer uso da probabilidade prévia do acto – sendo portanto melhor deixá-la indefinida.

Isso deixa Spohn⁵⁵ e Levi⁵⁶ perturbados. Assim, Spohn observa que

$$pr(A) = \frac{pr(B) - pr(B|\bar{A})}{pr(B|A) - pr(B|\bar{A})} \text{ se } pr(B|A) \neq pr(B|\bar{A}),$$

de tal modo que se B (um estado de natureza) não for *pr*-independente de A (um acto), e $pr(B|A)$ e $pr(B|\bar{A})$ forem ambas definidas, então $pr(B)$ tem que ser indefinida se $pr(A)$ o for. Eles parecem ver este resultado como uma *reductio ad absurdum* da ideia de que é inteligível o agente poder ter probabilidades subjectivas para proposições que ele próprio vê como estando no seu poder tornar verdadeiras ou falsas.

(3) O juízo de independência $pr(A \wedge B) = pr(A)pr(B)$ do agente faz sentido mesmo quando ele não tem quaisquer valores para P em mente.

(4) Num estágio inicial da deliberação, as probabilidades velhas e as novas podem estar "enrodilhadas" no sentido em que o agente considera que as condições de invariância $nova(H|D_i) = velha(H|D_i)$ estão satisfeitas para todo o H e todo o i , mas ainda não determinou valores numéricos $nova(H|D_i) = velha(H|D_i) = c_i$. Determiná-los desenrodilha *nova* de *velha*, pois nessas circunstâncias o agente passa a ter condições separadas, $velha(H|D_i) = c_i$ e $nova(H|D_i) = c_i$, das quais as condições de invariância se seguem.

⁵⁵Wolfgang Spohn, 'Where Luce and Krantz do Really Generalize Savage's Decision Model', *Erkenntnis* 11 (1977) 114-116.

⁵⁶Isaac Levi, *The Covenant of Reason* (1997) 73-83.

2.5.3 Mad-Dog Subjectivism⁵⁷

- (1) There are no “real” probabilities out there for us to track,
- (2) nor are there uniform probability-makers,⁵⁸
- (3) but there can be averages or symmetries out there, in view of which we find certain judgmental probability assignments irresistible,
- (4) as happens when we use probabilistic theories—notably, quantum mechanics. The probabilities it provides are “subjective” for us, i.e., we adopt them as our judgmental probabilities, but they are objective in the sense (3) of being shared and compelling.

⁵⁷This is pure de Finetti, going back to his “Probabilismo” (1931). For more about it, with further references, see Bas van Fraassen, *Laws and Symmetries* (1989), e.g., pp. 198-199 regarding (4).

⁵⁸E.g., relative frequencies to date do not reliably deliver acceptable probabilities (think: Grue); nor will your dogmatic Protokollsätze to date serve as a condition on some Laplace/Carnap ur-prior that yields acceptable judgmental probabilities for you.

2.5.3 Subjectivismo Raivoso⁵⁷

(1) Não há probabilidades “reais” no mundo aí fora para nós as detectarmos,

(2) nem há realizadores de probabilidade uniformes,⁵⁸

(3) mas podem existir médias ou simetrias no mundo aí fora, à vista das quais nós achamos que certas atribuições de probabilidade judicativa são irresistíveis.

(4) como acontece quando usamos teorias probabilísticas – em particular, a mecânica quântica. As probabilidades que ela nos fornece são “subjectivas” para nós, i.e., nós adoptamo-las como as nossas probabilidades judicativas, mas elas são objectivas no sentido de (3) de serem partilhadas por todos e de se imporem por si mesmas.

⁵⁷Isto é puro de Finetti, remontando ao seu “Probabilismo” (1931). Para mais informação, com mais referências, ver Bas van Fraassen, *Laws and Symmetries* (1989), e.g., pp. 198-199 a respeito de (4).

⁵⁸E.g., até ao momento as frequências relativas ainda não conseguiram produzir com fiabilidade probabilidades aceitáveis (pensem no caso verdul); nem as Prokollsätze dogmáticas de um agente até ao momento presente servem como uma condição, dada uma qualquer probabilidade ur-prévia ao estilo Laplace/Carnap, para produzir probabilidades judicativas aceitáveis para esse agente.

Richard Jeffrey

PUBLICAÇÕES FILOSÓFICAS

1. Valuation and Acceptance of Scientific Hypotheses, *Philosophy of Science* **23** (1956) 237-246
2. On indeterminate conditionals, *Philosophical Studies* **14** (1963) 33-48
3. Review of Putnam, 'What theories could not be', *Journal of Philosophy* **59** (1964) 79-88
4. New Foundations for Bayesian decision theory, *Logic, Methodology, and Philosophy of Science* (Y. Bar-Hillel, ed.), North Holland, 1965, pp. 289-300
5. *The Logic of Decision*, McGraw Hill, 1965
6. Goodman's Query, *Journal of Philosophy* **63** (1966) 281-8
7. *Formal Logic: Its Scope and Limits*, McGraw Hill, 1967
8. The Whole Truth, *Synthese* **18** (1968) 24-27
9. Probable Knowledge, *The Problem of Inductive Logic*, I. Lakatos., ed., North Holland, 1968, pp. 166-180, 189-190
10. Statistical Explanation vs. Statistical Inference, *Essays in Honor of Carl G. Hempel*, N. Rescher, ed., Reidel (1969) 104-113
11. Dracula meets Wolf Man: Acceptance vs. partial belief, *Induction, Acceptance, and Partial Belief*, M. Swain, ed., Reidel, 1970, 157-185
12. Homage to Rudolf Carnap, *Boston Studies in the Philosophy of Science*, Vol VIII (Buck and Cohen, eds.), Reidel, 1971, pp. xix-xxii
13. Remarks on explanatory power, *ibid.*, pp. 40-46
14. Edited, with Rudolf Carnap: *Studies in Inductive Logic and Probability, I*, University of California Press, 1971
15. On Interpersonal Utility Theory, *Journal of Philosophy* **68** (1971) 647-657
16. Probability Measures and Integrals, in 14, above, 167-223
17. With G. Boolos: *Computability and Logic*, Cambridge, 1974

18. Preference Among Preferences, *Journal of Philosophy* **71** (1974) 377-391
19. Frameworks for Preference, *Essays on Economic Behavior Under Uncertainty*, M. Balch, D. McFadden and S. Y. Wu, eds., North-Holland, 1974, pp. 74-79
20. Remarks on interpersonal utility theory, *Logical Theory and Semantic Analysis*, 35-44, Reidel, 1974
21. Probability and Falsification: Critique of the Popper Program, *Synthese* **30** (1975) 95-117 and 149-157
22. Carnap's empiricism, *Induction, Probability and Confirmation*, Maxwell and Anderson, eds., Minnesota, 1975, pp.37-49
23. Carnap's inductive logic, *Rudolf Carnap, Logical Empiricist*, Reidel, 1977, pp. 325-332
24. Mises Redux, *Basic Problems in Methodology and Linguistics*, R. Butts and J. Hintikka, eds., Reidel. 1977, pp. 213-222
25. A Note on the Kinematics of Preference, *Erkenntnis* **11** (1977) 135-141
26. Savage's Omelet, *PSA 1976*, Vol. 2 (Proceedings of the 1976 Biennial Meeting of the Philosophy of Science Association), Philosophy of Science Association, East Lansing, Michigan, 1977, pp.361-367
27. Axiomatizing the Logic of Decision, *Foundations and Applications of Decision Theory*, Vol. 1, C.A. Hooker, J.T. Leach, and E.F. McClennen, eds., 227-231, Reidel, Dordrecht, Holland, 1978
28. Coming True, *Intention and Intentionality*, Cora Diamond and Jenny Teichman, eds., pp. 251-260, Harvester, 1979
29. How is it reasonable to base preferences on estimates of chance? *Science, Belief, and Behaviour*, D.H. Mellor, ed., Cambridge, 1980, pp. 179-187
30. Edited: *Studies in Inductive Logic and Probability*, II, University of California Press, 1980
31. With G. Boolos: *Computability and Logic*, 2nd ed., Cambridge, 1980

32. Choice, chance, and credence, *Contemporary Philosophy, A New Survey: Philosophy of Logic*, ed. G.H. von Wright and G. Flistad, pp. 367-386, Martinus Nijhoff, 1981

33. *Formal Logic: Its Scope and Limits*, McGraw Hill, 2nd ed., 1981

34. The Logic of Decision Defended, *Synthese* **48** (1981) 473-492

35. *The Logic of Decision*, 2nd ed., University of Chicago Press, 1983

36. Bayesianism with a Human Face, *Testing Scientific Theories*, Minnesota Studies in the Philosophy of Science, vol. 10, ed. John Earman, Minnesota, 1983

37. The Sure Thing Principle, *PSA 1982*, Vol. 2, pp. 719-730, Philosophy of Science Assn., E. Lansing, Michigan, 1983

38. De Finetti's Probabilism, *Synthese* **60** (1984) 73-90

39. The impossibility of inductive probability (reply to Popper and Miller), *Nature* **310** (1984) 433

40. An assessment of the subjectivistic approach to probability, *Epistemologia* **7** (1984) 9-32

41. Probability and the art of judgment, *Observation and Experiment in Modern Science*, ed. Peter Achinstein and Mark Hannaway, MIT-Bradford (1985) 133-156

42. Animal interpretation, *Action and Events*, ed. Ernest Lepore and Brian McLaughlin, Basil Blackwell, 1985, 481-487

43. Judgmental probability and objective chance, *Erkenntnis* **24** (1986) 5-16

44. Probabilism and induction, *Topoi* **5** (1986) 51-58

45. Alias Smith and Jones: the Testimony of the senses, *Erkenntnis* **26** (1987) 391-399

46. Risk and Human Rationality, *Monist* **70** (1987) 223-36

47. Indefinite Probability Judgment, *Philosophy of Science* **54** (1987) 586-591

48. Conditioning, kinematics and exchangeability, *Causation, Chance and Credence*, vol. I, Brian Skyrms and William Harper, eds., pp. 221-255: Reidel, 1988

49. How to probabilize a Newcomb problem, *Probability and Causality*, James H. Fetzer, ed., Reidel (1988) 241-251
50. Roulette Russa: un problema per i Bayesiani, *Epistemologia ed Economia*, M.C. Galavotti and G. Gambetta (ed.): CLUEB, Bologna, 1988, 15-20
51. Biting the Bayesian bullet: Zeckhauser's problem. *Theory and Decision* **25** (1988) 117-122
52. With G. Boolos: *Computability and Logic*, Cambridge, 3rd ed., 1989
53. Edited, with M.C. Galavotti: Bruno de Finetti's Philosophy of Probability, *Erkenntnis* **31**(1989) 165-416
54. Probabilism (a translation, with M.C. DiMaio and M.C. Galavotti) of Bruno de Finetti's Probabilismo, in 53, 169-223
55. Reading Probabilismo, in 53, 225-237
56. With Michael Hendrickson: Probabilizing pathology, *Proceedings of the Aristotelian Society*, **89** (1988/89) 211-225
57. *The Logic of Decision*, paperback correction of 2nd ed., Chicago, 1990
58. *Formal Logic: Its Scope and Limits*, 3rd ed. McGraw Hill, 1990
59. Frank Ramsey, *TLS* **17** May, 1991
60. After Carnap, *Erkenntnis* (1991). Translated: Dopo Carnap, *L'eredità di Rudolf Carnap*, Alberto Pasquinelli, ed., Bologna (1995)
61. *Probability and the Art of Judgment*, Cambridge, 1992
62. Take back the day! Jon Dorling's Bayesian solution to the Duhem problem, *Science and Knowledge*, ed. Enrique Villanueva, Ridgeview (1993) 197-207
63. From logical empiricism to radical probabilism, *Scientific Philosophy: Origins and Developments*, ed. F. Stadler, Kluwer (1993) 121-130; corrected in 61, above, ch. 1.
64. Probability dynamics and causality, *PSA* **92**, vol. 2, ed. Asquith & al., Philosophy of Science Assn. (1993)
65. Causality in the logic of decision, *Philosophical Topics* **21** (1993) 139-151

66. With Robert Stalnaker: Conditionals as random variables, *Probability and Conditionals*, pp. 31-46, Ellery Eells and Brian Skyrms, eds., Cambridge, 1994

67. Carnap's voluntarism, *Logic, Methodology and Philosophy of Science IX*, pp. 847-866, D. Prawitz, B. Skyrms and D. Westersth, eds., Elsevier, 1994

68. Probability reparation: the problem of new explanation, *Philosophical Studies* **77** (1995) 97-101

69. Translation of A. N. Kolmogorov's 'Algèbres de Boole métriques complètes': Complete metric boolean algebras, *Philosophical Studies* **77** (1995) 57-66

70. A Brief Guide to the Work of Carl Gustav Hempel, *Erkenntnis* **42** (1995) 3-7

71. 'Bayes's Theorem', 'Computability', 'Decision Theory' and 'Ramsey', *Cambridge Dictionary of Philosophy*, Cambridge, 1995

72. Logicism 2000, *Benacerraf and his Critics*, Stephen Stich and Adam Morton, eds., Blackwell (1996) 160-164

73. Decision kinematics, *Rational Foundations of Economic Behaviour*, Kenneth J. Arrow *et al.*, eds., St. Martin's, 1996, 3-19

74. Unknown Probabilities, *Erkenntnis* **41** (1996) 1-9

75. Edited, with Cristina Bicchieri and Brian Skyrms: *The Dynamics of Norms*, Cambridge, 1997

76. Probabilistic Epistemology, *Conceptual Tools for Understanding Nature*, G. Costa, G. Calucci and M. Giorgi, eds., World Scientific (1997), pp. 127-134

77. Edited, with John Burgess (with extensive introductions and afterword by Burgess): *Logic, Logic, and Logic*, by George Boolos, Harvard, 1998

78. Agreeing to disagree: Harsanyi and Aumann, *Game Theory, Experience, Rationality*, Werner Leinfellner (ed.), Kluwer, 1998.

79. With Matthias Hild and Mathias Risse: Preference Aggregation after Harsanyi, *Justice, Political Liberalism, and Utilitarianism*, Maurice Salles and John A. Weymark eds., Cambridge (long forthcoming)

80. Edited, with Cristina Bicchieri and Brian Skyrms: *The Logic of Strategy*, Oxford, 1999

81. With Matthias Hild and Mathias Risse: Aumann's 'No Agreement' Theorem Generalized, in 80 above.

82. Edited: *Selected Philosophical Essays* by C. G. Hempel, Cambridge, 2000

83. Petrus Hispanus Lectures: I, After Logical Empiricism; II, Radical Probabilism. *Actas da Sociedade Portuguesa da Filosofia* (forthcoming)

84. Epistemology Probabilized, *Technologies for Constructing Intelligent Systems*, B. Bouchon-Meunier, J. Guitterez-Rios, L. Magdalena and R.R. Yaeger, eds., Springer (forthcoming)

85. With George Boolos and John Burgess: *Computability and Logic*, 4th edition, Cambridge (forthcoming). [An extensive revision, by Burgess, of the 3rd edition]

Execução Gráfica

Colibri – Artes Gráficas
Faculdade de Letras
Alameda da Universidade
1600-214 LISBOA
Telef. / Fax 217 964 038
Internet: www.edi-colibri.pt
e-mail: colibri@edi-colibri.pt

Neste pequeno volume, o leitor encontrará o texto bilingue das *Petrus Hispanus Lectures 2000*, um conjunto de duas conferências proferidas em Lisboa, nos dias 5 e 7 de Dezembro de 2000, pelo Prof. Richard Jeffrey, da Universidade de Princeton, nos EUA. Estas conferências foram organizadas pela Sociedade Portuguesa de Filosofia (S.P.F.).

As conferências do Prof. Richard Jeffrey, constituíram um acontecimento de primeira importância no panorama filosófico português. E isto por duas ordens de razões. Em primeiro lugar, porque o trabalho de Richard Jeffrey constitui um marco incontornável em diferentes áreas nucleares do pensamento filosófico contemporâneo: nomeadamente, na Teoria da Decisão, na Filosofia do Conhecimento e na Filosofia da Ciência; ora, não é habitual que autores desta dimensão publiquem ou autorizem a publicação de originais seus em português. Em segundo lugar, porque Richard Jeffrey é um daqueles vultos da filosofia norte-americana contemporânea que pode, com bastante mais legitimidade que a maioria dos filósofos europeus, apresentar-se como herdeiro do trabalho filosófico de alguns dos grandes nomes da filosofia europeia da primeira metade do séc. XX.

António Zilhão

FCT

Fundação para a Ciência
e a Tecnologia
MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E DA TECNOLOGIA



Sociedade Portuguesa
de Filosofia

